四庫全書

子部

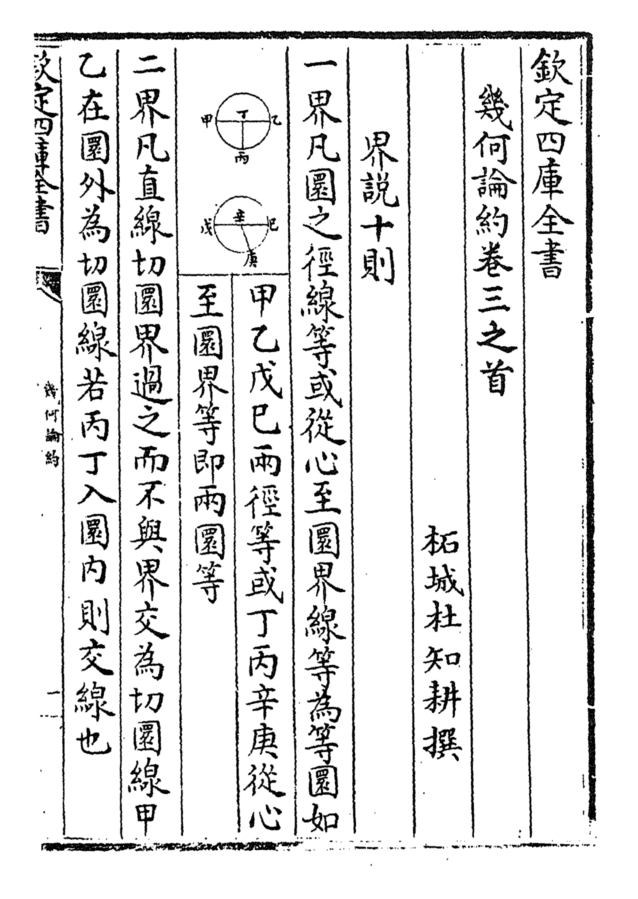
欽定四庫全書

幾何論約卷三之首

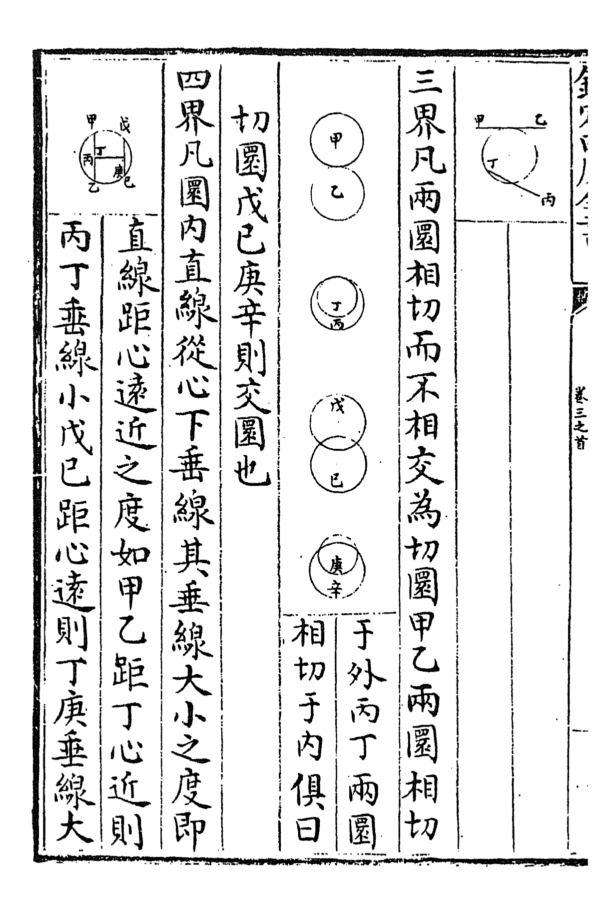
柘城杜知耕撰

界說十則

一界凡圜之徑線等或從心至圜界線等為等圜如甲乙戊巳兩徑等或丁丙辛庚從心至圜界等即兩圜等



二界凡直線切圜界過之而不與界交為切圜線甲乙在圜外為切圜線若丙丁入圜內則交線也



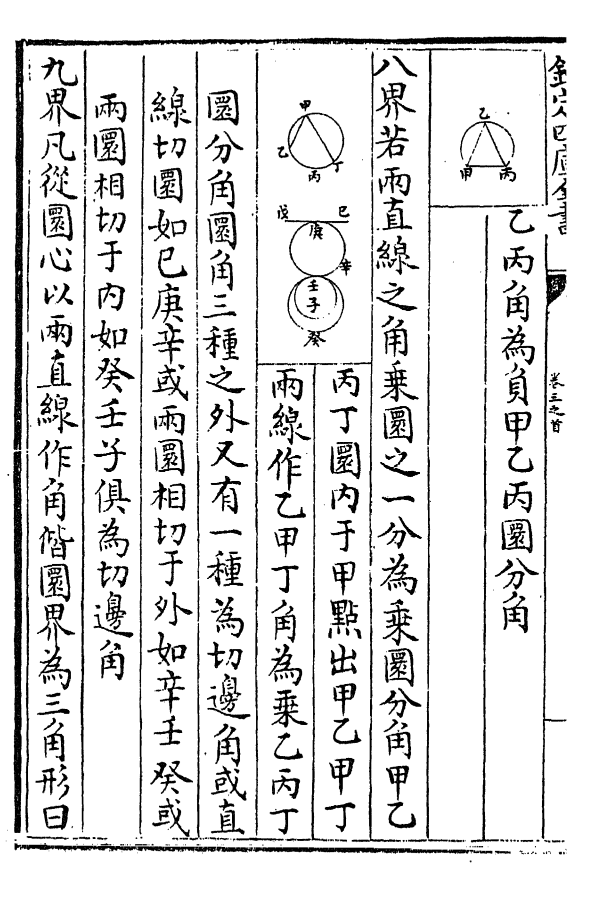
三界凡兩圜相切而不相交為切圜甲乙兩圜相切于外丙丁兩圜相切于內俱曰切圜戊己庚辛則交圜也

四界凡圜內直線從心下垂線其垂線大小之度即直線距心遠近之度如甲乙距丁心近則丙丁垂線小戊己距心遠則丁庚垂線大

五界凡直線割圜之形為圜分如丁乙線割圜其乙甲丁乙丙丁皆為圜分圜分有三等過心者為半圜分函心者為圜大分不函心者為圜小分又割線為弦圜分為弧

六界凡圜界偕直線作角為圜分角其在半圜內為半圜角在大分內為大分角在小分內為小分角

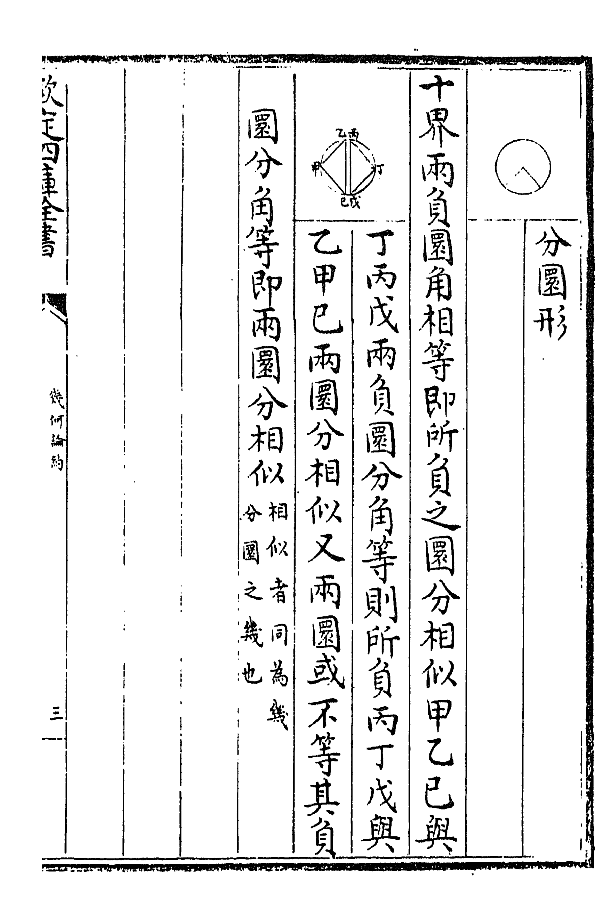
七界凡圜界任于一點出兩直線作一角為負圜分角甲乙丙圜分甲丙為底于乙點出兩直線作甲



乙丙角為負甲乙丙圜分角

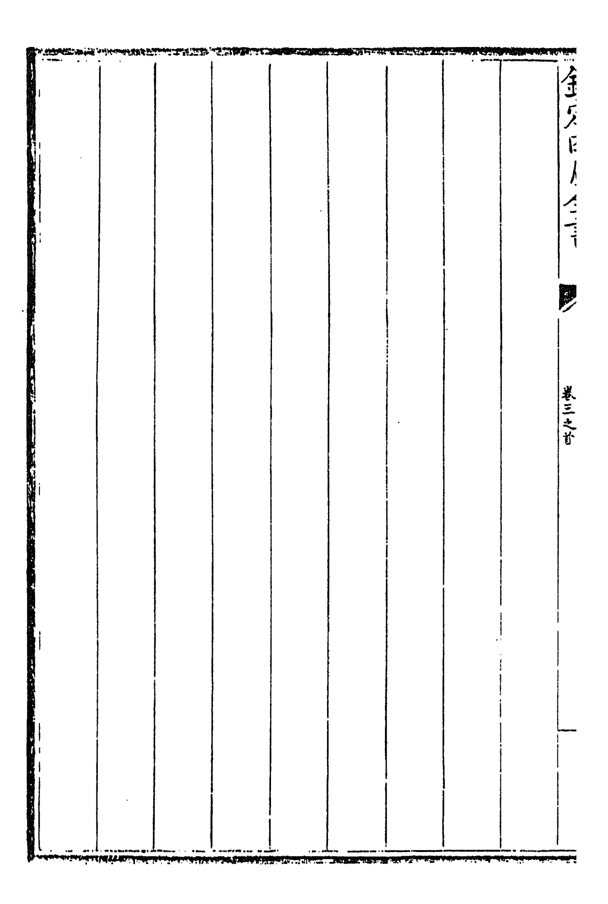
八界若兩直線之角乘圜之一分為乘圜分角甲乙丙丁圜內于甲點出甲乙甲丁兩線作乙甲丁角為乘乙丙丁圜分角圜角圜角三種之外又有一種為切邊角或直線切圜如巳庚辛或兩圜相切于外如辛壬癸或兩圜相切于內如癸壬子俱為切邊角

九界凡從圜心以兩直線作角皆圜界為三角形曰



分圜形

十界兩負圜角相等即所負之圜分相似甲乙己與丁丙戊兩負圜分角等則所負丙丁戊與乙甲己兩圜分相似又兩圜或不等其負圜分角等即兩圜分相似相似者同為幾分圜之幾也



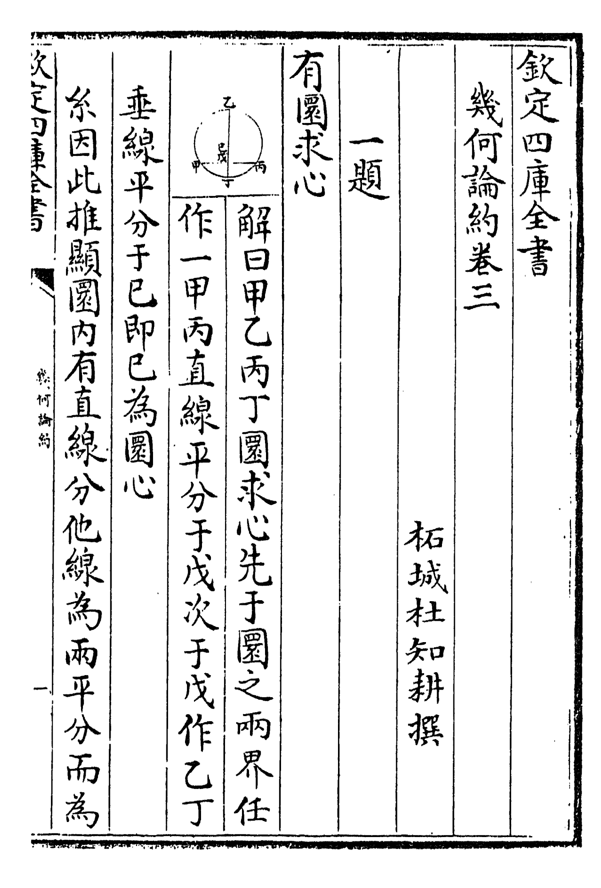
欽定四庫全書

幾何論約卷三

柘城杜知耕撰

一題

有圜求心



解曰甲乙丙丁圜求心先于圜之兩界任作一甲丙直線平分于戊次于戊作乙丁垂線平分于己即己為圜心

系因此推顯圜内有直線分他線為兩平分而為

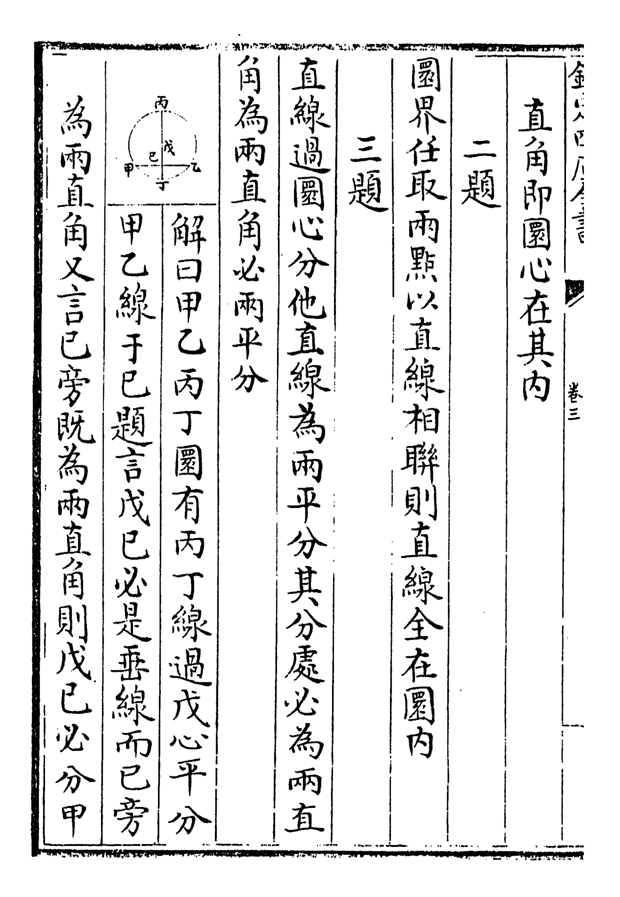
直角即圜心在其內

二題

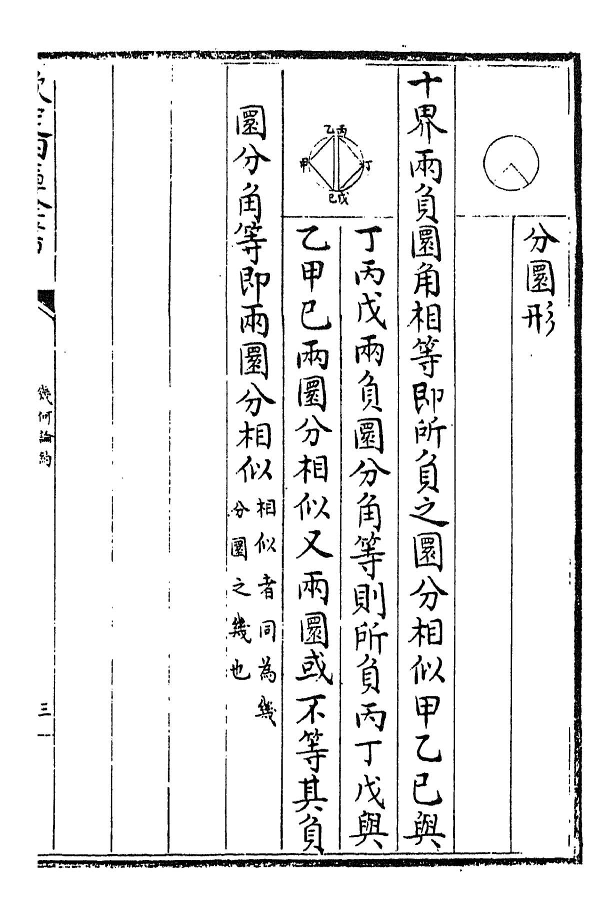
圜界任取兩點以直線相聯則直線全在圜內

三題

直線過圜心分他直線為兩平分其分處必為兩直角為兩直角必兩平分

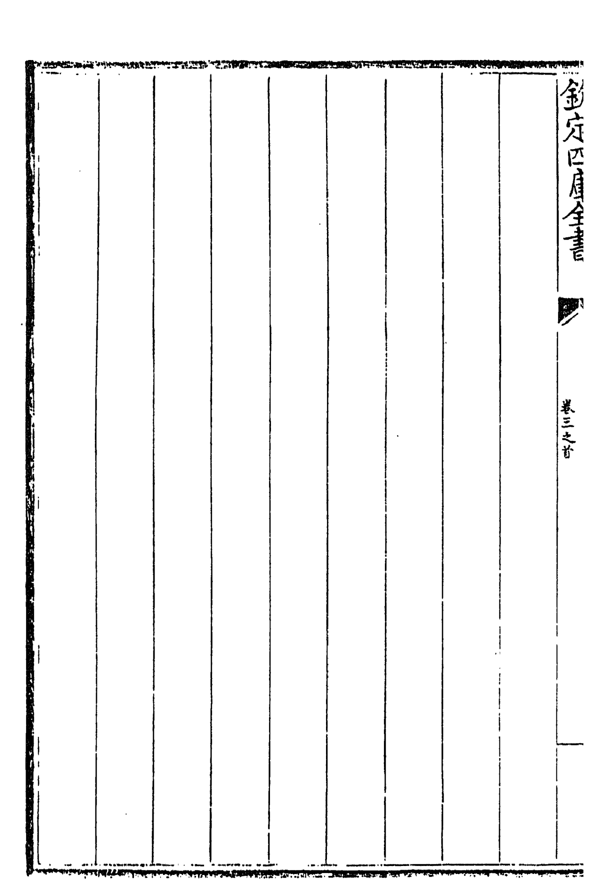


解曰甲乙丙丁圜有丙丁線過戊心平分甲乙線于己題言戊己必是垂線而己旁為兩直角又言己旁既為兩直角則戊己必分甲



分圜形

十界兩負圜角相等即所負之圜分相似甲乙己與丁丙戊兩負圜分角等則所負丙丁戊與乙甲己兩圜分相似又兩圜或不等其負圜分角等即兩圜分相似相似者同為幾分圜之幾也



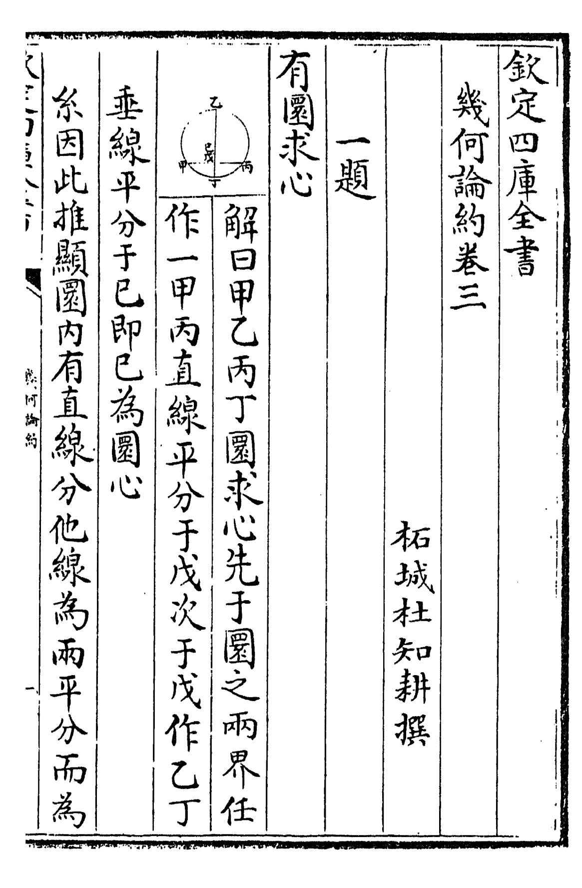
欽定四庫全書

幾何論約卷三

柘城杜知耕撰

一題

有圜求心



解曰甲乙丙丁圜求心先于圜之兩界任作一甲丙直線平分于戊次于戊作乙丁垂線平分于己即己為圜心

系因此推顯圜內有直線分他線為兩平分而為

直角即圜心在其内

二題

圜界任取兩㸃以直線相聯則直線全在圜内

三題

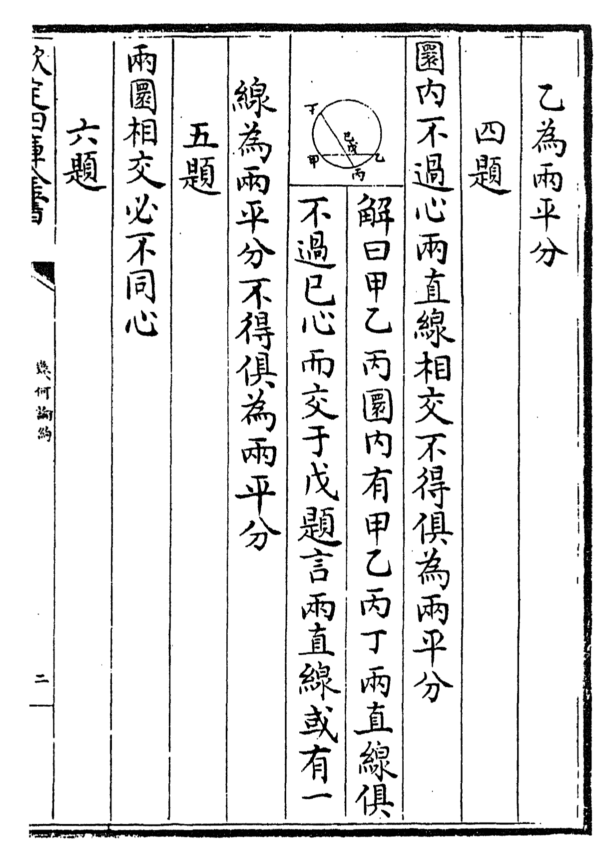
直線過圜心分他直線為兩平分其分處必為兩直角為兩直角必兩平分

解曰甲乙丙丁圜有丙丁線過戊心平分甲乙線于己題言戊己必是垂線而己旁為兩直角又言己旁既為兩直角則戊己必分甲

乙為兩平分

四題

圜內不過心兩直線相交不得俱為兩平分



解曰甲乙丙圜內有甲乙丙丁兩直線俱不過己心而交于戊題言兩直線或有一線為兩平分不得俱為兩平分

五題

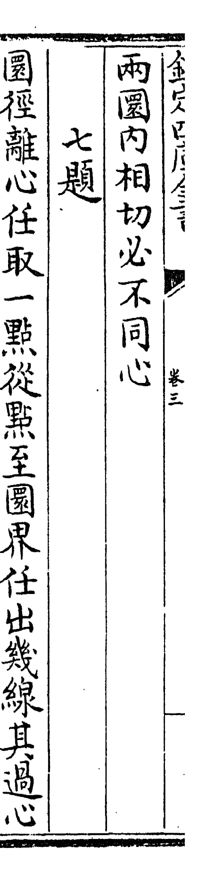
兩圜相交必不同心

六題

兩圜內相切必不同心

七題

圜徑離心任取一點從點至圜界任出幾線其過心線最大不過心線最小餘線愈近心者愈大愈近不過心線者愈小而諸線中止兩線等



解曰甲戊辛圜其徑甲乙其心己離心任取一點為庚從庚至圜界任出幾線為庚丙庚丁庚戊題先言從庚所出諸線惟過心庚甲最大次言不過心庚乙最小三言

庚丙大于庚丁庚丁大于庚戊愈近心愈大愈近

庚乙愈小後言庚乙兩旁如庚戊庚辛止可出兩

線等不得有三線等

八題

圜外任取一點從點任出幾線其至規内則過心線

最大餘線愈離心愈小其至規外則過心線最小餘

線愈近徑愈小而諸線中止兩線等

解曰乙巳壬圜之外從甲點任出幾線其一過心

為甲壬餘為甲辛甲庚甲巳皆至規内題先言過

心之甲壬最大次言近心之甲辛大于離心之甲庚甲庚又大于甲巳三言規外之甲乙為乙壬徑餘者最小四言甲丙近徑餘小于甲丁甲丁又小于甲戊後言甲乙兩旁止可出兩線如甲丙甲子相等不得有三線等

九題

圜內從一點至界作三線以上皆等此點必是圜心

論曰三線皆半徑故等若非圜心所出止有兩線

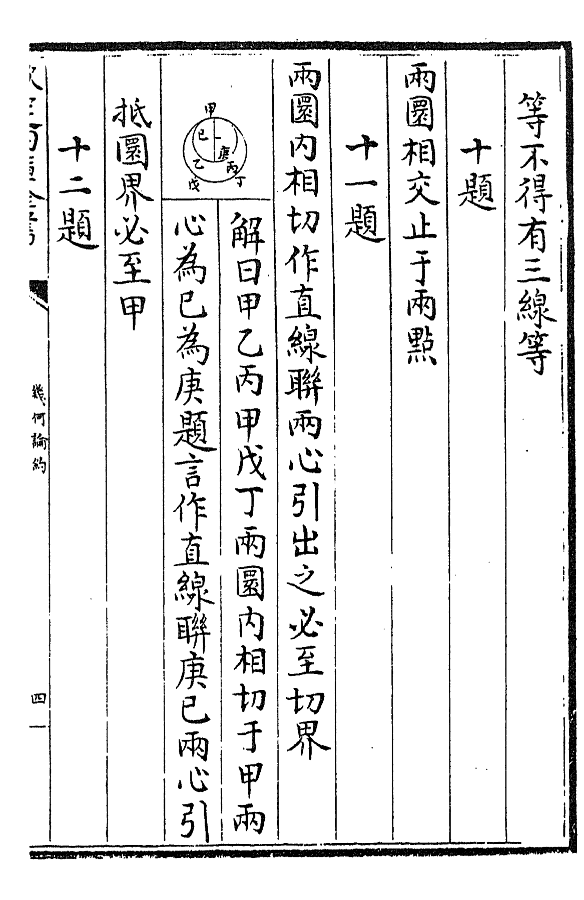
等不得有三線等

十題

兩圜相交止于兩點

十一題

兩圜内相切作直線聯兩心引出之必至切界



解曰甲乙丙甲戊丁兩圜内相切于甲兩心為巳為庚題言作直線聯庚巳兩心引抵圜界必至甲

十二題

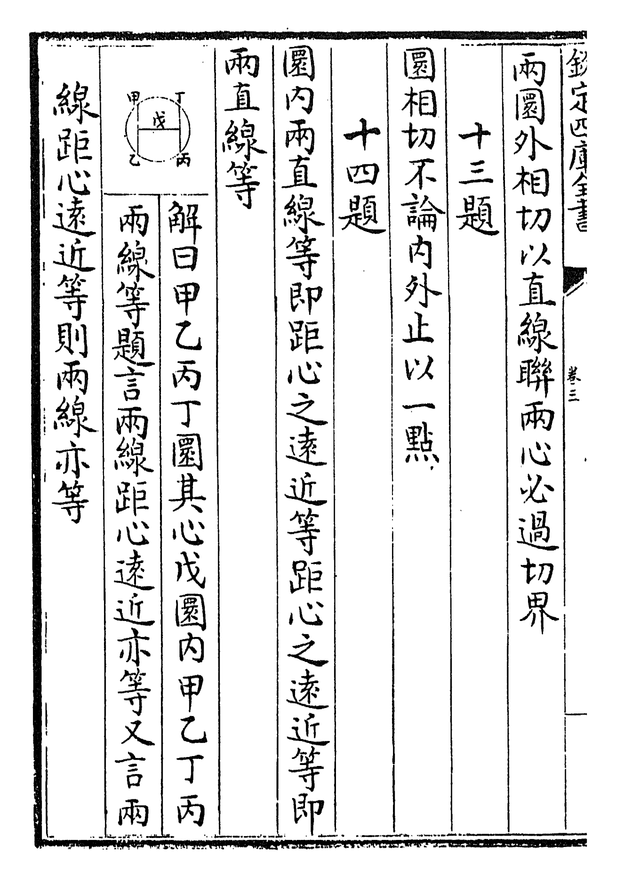
兩圜外相切以直線聯兩心必過切界

十三題

圜相切不論內外止以一點

十四題

圜內兩直線等即距心之遠近等距心之遠近等即兩直線等



解曰甲乙丙丁圜其心戊圜內甲乙丁丙兩線等題言兩線距心遠近亦等又言兩線距心遠近等則兩線亦等

十五題

徑為圜內之大線其餘線近心大于遠心

丙 丁 戊 乙 己 甲 庚

解曰甲丙己圜其心庚其徑甲己其近心線為乙戊遠心線為丙丁題言甲己最大乙戊近心大于丙丁遠心

十六題

圜徑末之直角線全在圜外而直線偕圜界所作切邊角不得更作一直線入其內其半圜分角大于各直線銳角切邊角小于各直線銳角

解曰甲乙丙圜其心丁甲丙為徑從甲作甲戊為甲丙之垂線題言戊甲全在圜外又言戊甲垂線偕乙甲圜界所作切邊角不得更作一直線入其內若作甲巳線必割圜為分又言甲丙徑線偕甲乙圜界所作丙甲乙圜分角大于各直線鋭角而戊甲垂線偕甲乙圜分所作戊甲乙切邊角小于各直線鋭角

論曰甲戊下有直線既云必割圜為分即此直線偕戊甲所作角必大于切邊角偕丙甲所作角必

小于分圜角

系戊甲線必切圜以一點

增題有兩種幾何一大一小以小率半增之遞增至于無窮以大率半減之遞減至于無窮其元大者恒大元小者恒小如戊甲乙切邊角為小率壬庚辛直線鋭角為大率今別作甲丙甲丁等圜俱切戊巳線于甲其切邊角愈增愈大别以庚癸庚子分壬庚辛角愈分愈小然直線角恒大切邊角恒小乃至

終古不得相比

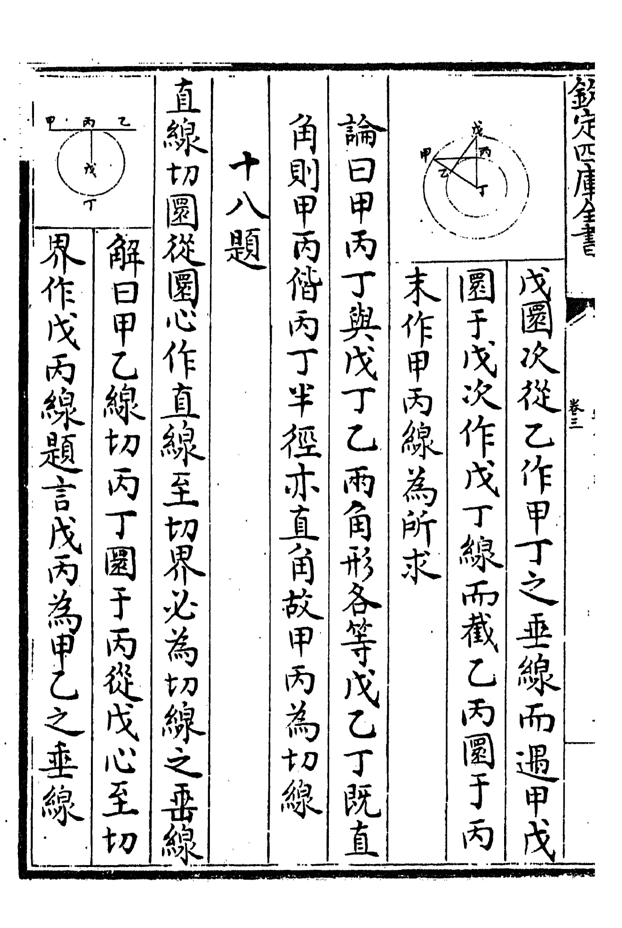
又增題舊有一說以一小率加一大率之上或以一大率加一小率之上不相離逐線漸移之必至一相等之處又一說有率大于此率者有率小于此率者則必有率等于此率者昔人以為皆公論若用以律本題即不可得故今斥為不公論如甲乙丙圜其徑甲丙令甲丙之甲界定在于甲而引丙線逐線漸移之向巳其所經丁戊巳及中間逐線所經無數凡割圜時皆為銳角

即小于半圜分角纔離鋭角便為直角即大于半圜分角終無相等線可見前一舊説未為公論又直線鋭角皆小于半圜分角直角與鈍角皆大于半圜分角是有大者有小者終無等者可見後一舊説未為公論

十七題

設一點一圜求從點作切線

法曰甲點求作直線切乙丙圜其心丁先從甲作甲丁直線截圜界于乙次以丁為心甲為界作甲



戊圜次從乙作甲丁之垂線而遇甲戊圜于戊次作戊丁線而截乙丙圜于丙末作甲丙線為所求

論曰甲丙丁與戊丁乙兩角形各等戊乙丁既直角則甲丙偕丙丁半徑亦直角故甲丙為切線

十八題

直線切圜從圜心作直線至切界必為切線之垂線

解曰甲乙線切丙丁圜于丙從戊心至切界作戊丙線題言戊丙為甲乙之垂線

十九題

直線切圜圜內作切線之垂線則圜心必在垂線內

二十題

負圜角與分圜角所負所分之圜分同則分圜角必倍大于負圜角

解曰甲乙丙圜其心丁有乙丁丙分圜角乙甲丙負圜角同以乙丙圜分為底題言乙丁丙角倍大于乙甲丙角

先論分圜角在乙甲甲丙之内者曰從甲作甲戊

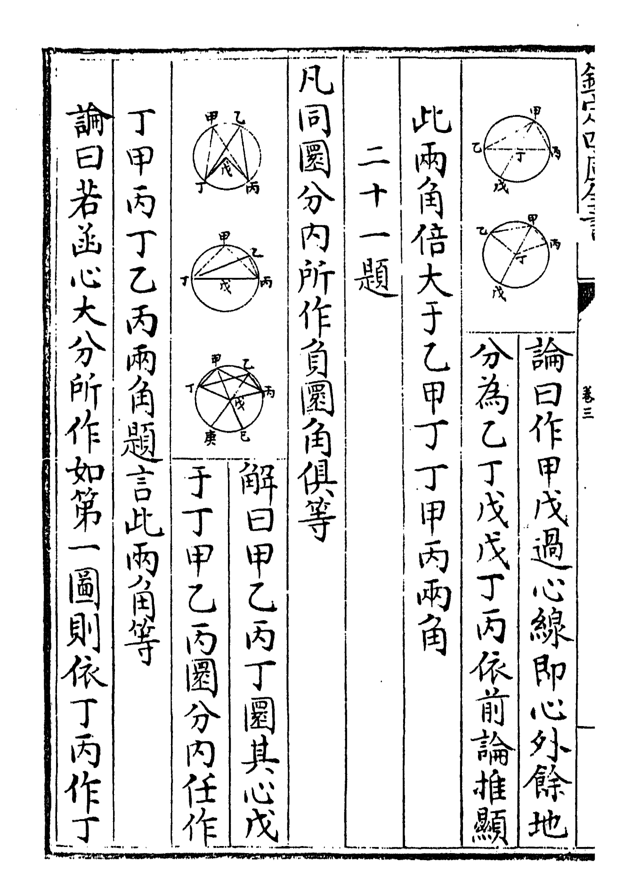
線其甲丁乙形之丁甲丁乙等即丁甲乙丁乙甲兩角等一卷五而乙丁戊外角與相對兩内角并等一卷三二即乙丁戊倍大于乙甲丁矣依顯丙丁戊亦倍大于丙甲丁則乙丁丙全角亦倍大于乙甲丙全角

次論分圜角不在乙甲甲丙之内而甲乙線過丁心者曰丁甲丙形兩腰等則兩角亦等而乙丁丙外角與甲丙兩内角并等是乙丁丙角倍大于乙甲丙角

後論分圜角在負圜角之外而甲乙截丁丙者曰

乙甲丙負圜角乙丁丙分圜角自甲作甲戊過心線依前論推顯戊丁丙分圜角倍大于戊甲丙負圜角又戊丁乙分圜角倍大于戊甲乙負圜角次于戊丁丙角減戊丁乙角于戊甲丙角減戊甲乙角所餘乙丁丙分圜角必倍大于乙甲丙負圜角

增若乙丁丁丙不作角于心或為半圜或大于半圜則心外餘地亦倍大于同底之負圜角



論曰作甲戊過心線即心外餘地分為乙丁戊戊丁丙依前論推顯此兩角倍大于乙甲丁丁甲丙兩角

二十一題

凡同圜分內所作負圜角俱等

解曰甲乙丙丁圜其心戊于丁甲乙丙圜分內任作丁甲丙丁乙丙兩角題言此兩角等

論曰若函心大分所作如第一圖則依丁丙作丁

戊丙分圜角此角既倍大于甲角又倍大于乙角是甲乙兩角自相等或半圜分所作如第二圖則依二十題增言心外餘地倍大于同底各負圜角即各角自相等或不函心小分所作如第三圖則作戊丙戊丁兩線再作乙庚甲己兩過心線丁戊己己戊丙兩角并既倍大于丁甲丙角而丁戊庚庚戊丙兩角并又倍大于丁乙丙角則甲乙兩角必自相等

二十二題

圜內切界四邊形每相對兩角并與兩直角等

解曰甲乙丙丁圜其心戊圜內有甲乙丙丁四邊形題言甲乙丙丙丁甲兩角并乙丙丁丁甲乙兩角并各與兩直角等

論曰試作甲丙乙丁兩對角線其甲乙丁甲丙丁兩角同負甲乙丙丁圜分即等本卷二一依顯丙甲丁丙乙丁兩角亦等以同負丙乙甲丁圜分故則甲乙丁丙乙丁兩角并即一甲乙丙角與甲丙丁丙甲丁兩角并等次每

加一丙丁甲角即甲乙丙丙丁甲兩角并與甲丙丁丙甲丁丙丁甲三角并等此三角并元與兩直角等則甲乙丙丙丁甲兩角并亦與兩直角等依顯乙丙丁丁甲乙兩角并亦與兩直角等

二十三題

一直線上作兩圜分不得相似而不相等

二十四題

相等兩直線上作相似兩圜分必等

二十五題

有圜分求成圜

法曰甲乙丙圜分求成圜先作甲丙線次作乙丁爲甲丙之垂線次作甲乙線視丁乙甲角或大或小或等于丁甲乙角若等即丁爲圜心

何也兩角等則對等角之乙丁丁甲兩邉必等又丁丙元與甲丁等是從丁出三線至圜界皆等故丁爲圜心

次法曰若丁乙甲角大于丁甲乙角當爲圜之小分即作乙甲戊角與丁乙甲角等次引

乙丁線與甲戊線遇于戊即戊為圜心

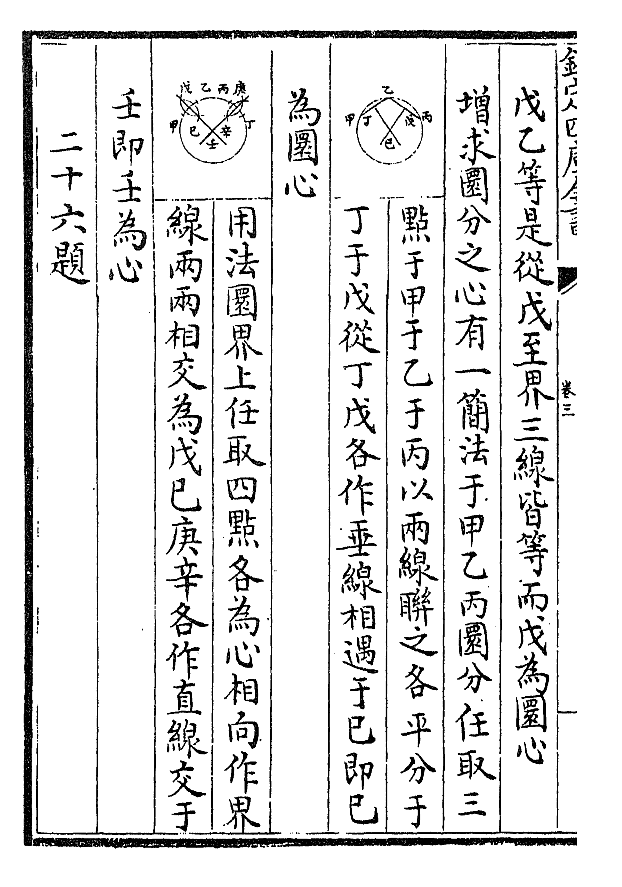
論曰試作戊丙線成甲丁戊丙丁戊相等兩角形而甲戊戊丙兩線必等又戊乙甲戊甲乙兩角等而對等角之戊乙戊甲兩線必亦等今戊甲戊乙戊丙三線至界皆等故戊為圜心

後法曰若丁乙甲角小于丁甲乙角甲乙丙當為圜之大分即作乙甲戊角與丁乙甲角等而甲戊遇丁乙線于戊即戊為圜心

論曰試作戊丙線依前推知甲戊與戊丙等又與

戊乙等是從戊至界三線皆等而戊為圜心

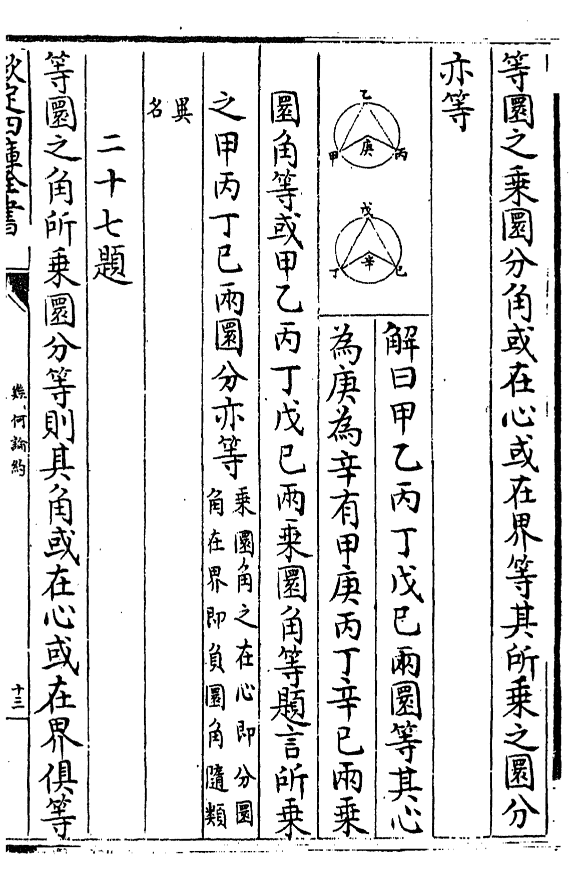
增求圜分之心有一簡法于甲乙丙圜分任取三點于甲于乙于丙以兩線聯之各平分于丁于戊從丁戊各作垂線相遇于巳即巳為圜心



用法圜界上任取四點各為心相向作界線兩兩相交為戊巳庚辛各作直線交于壬即壬為心

二十六題

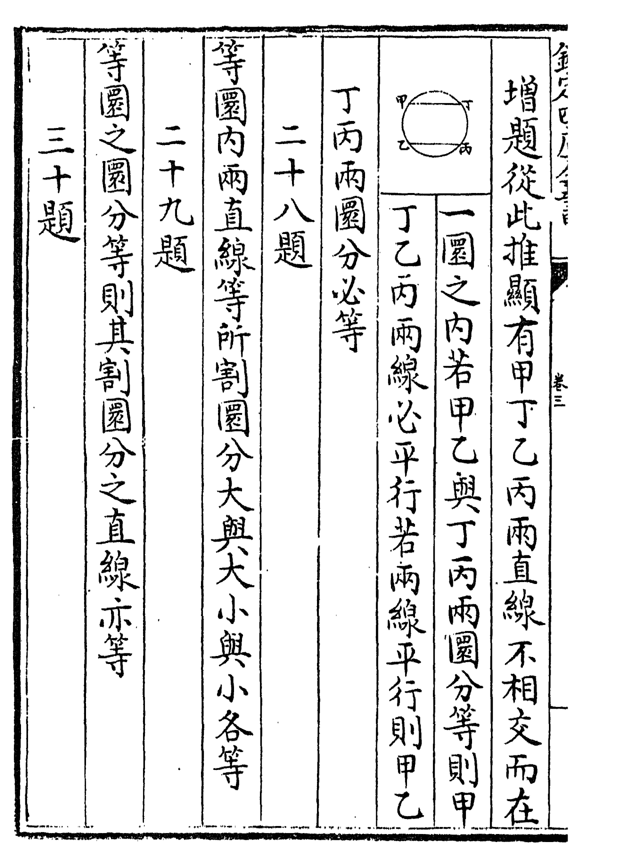
等圜之乘圜分角或在心或在界等其所乘之圜分亦等



解曰甲乙丙丁戊己兩圜等其心為庚為辛有甲庚丙丁辛己兩乘圜角等或甲乙丙丁戊己兩乘圜角等題言所乘之甲丙丁己兩圜分亦等乘圜角之在心即分圜角在界即負圜角隨類異名

二十七題

等圜之角所乘圜分等則其角或在心或在界俱等



增題從此推顯有甲丁乙丙兩直線不相交而在一圜之内若甲乙與丁丙兩圜分等則甲丁乙丙兩線必平行若兩線平行則甲乙丁丙兩圜分必等

二十八題

等圜内兩直線等所割圜分大與大小與小各等

二十九題

等圜之圜分等則其割圜分之直線亦等

三十題

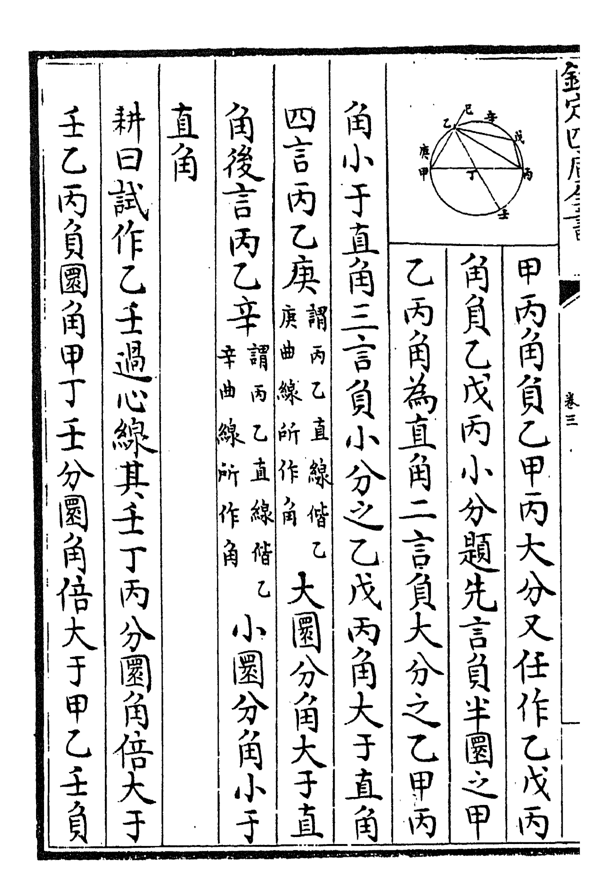
有圜分求兩平分之

法曰甲乙丙圜分求兩平分先于分之兩界作甲丙線次平分于丁作乙丁垂線即分圜分為兩平分

三十一題

負半圜角必直角負大分角小于直角負小分角大于直角大圜分角大于直角小圜分角小于直角

解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙于半圜分內任作甲乙丙角形即甲乙丙角負甲乙丙半圜分乙



甲丙角負乙甲丙大分又任作乙戊丙角負乙戊丙小分題先言負半圜之甲乙丙角為直角二言負大分之乙甲丙角小于直角三言負小分之乙戊丙角大于直角四言丙乙庚（謂丙乙直線偕乙庚曲線所作角）大圜分角大于直角後言丙乙辛（謂丙乙直線偕乙辛曲線所作角）小圜分角小于直角

耕曰試作乙壬過心線其壬丁丙分圜角倍大于壬乙丙負圜角甲丁壬分圜角倍大于甲乙壬負

圜角甲丁壬壬丁丙兩角并與兩直角等則甲乙壬壬乙丙兩角并必為一直角矣本卷二十

次論曰試作甲壬線成乙甲壬角與甲乙丙直角等而乙甲丙為其分故小于直角

三論曰甲乙戊丙四邊形在圜内其乙甲丙乙戊丙相對兩角并等兩直角本卷二二而乙甲丙小于直角則乙戊丙必大于直角

四論曰甲乙丙直角為丙乙庚大圜分角之分則

丙乙庚角大于直角

後論曰試引甲乙線至巳成丙乙巳直角而丙乙辛角為其分故小于直角

一系凡角形之內一角與兩角并等其一角必直

角甲乙丙角形之甲丙丁外角與相對之甲乙丙角等而甲丙乙內角又與外角等一卷三二非直角而何

二系大分之角大于直角小分之角小于直角終無等于直角

三十二題

直線切圜從切界任作直線割圜為兩分分內各任為負圜角其切線與割線所作兩角與兩負圜角交互相等

解曰甲乙線切丙丁戊圜于丙任作丙戊直線割圜為兩分兩分內任作丙丁戊丙巳戊丙負圜角題言甲丙戊角與丙巳戊角乙丙戊角與丙丁戊角交互相等

先論割圜線過心者曰甲丙戊乙丙戊兩皆直角

一卷十八而丙巳戊丙丁戊兩負半圜角亦皆直角本卷三一故交互相等

後論割圜線不過心者曰試作丙庚過心線次作戊庚線相聯丙戊庚為直角以負半圜故即戊丙庚戊庚丙兩角并等于一直角亦等于甲丙庚角此二率各減同用之戊丙庚角即所存甲丙戊與戊庚丙等也而丙巳戊與丙庚戊元等以所負之圜分等故故甲丙戊與丙巳戊交互相等又丙丁戊巳四邊形之丙丁戊丙巳戊兩對角并等兩直

角（本卷二二）兩甲丙戊乙丙戊兩交角并亦等兩直角（一卷十三）此二率各減一相等之甲丙戊丙已戊則所存之乙丙戊丙丁戊亦交互相等

三十三題

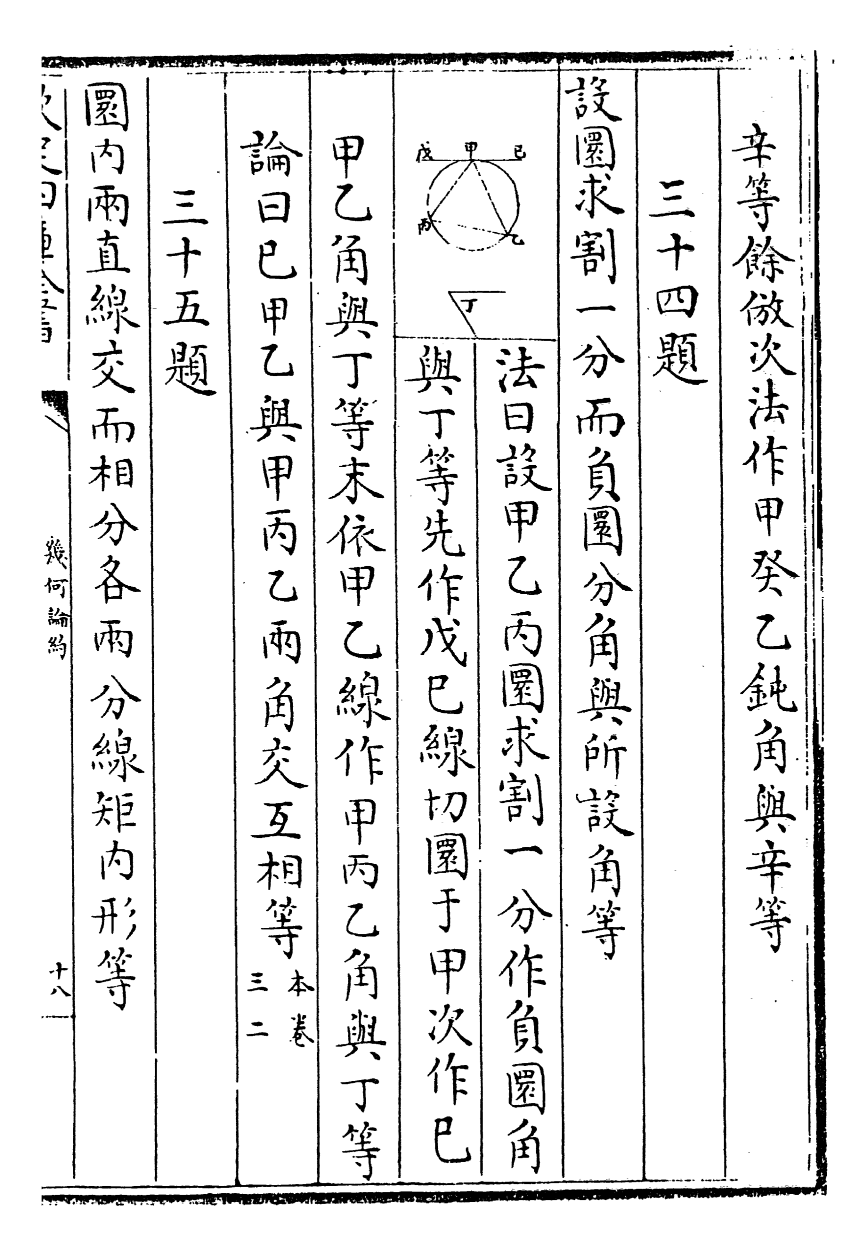
一直線上求作圜分兩負圜分角與所設直線角等

先法曰設甲乙線丙角求線上作圜分而負圜角與丙等或直或鋭或鈍若直角即平分甲乙于丁以丁為心甲為界作半圜内作乙戊甲即直角（本卷三一）

次法曰若設丙銳角先依甲乙線作丁甲乙銳角與丙等次作戊甲為甲丁之垂線次作巳乙甲角與巳甲乙角等而乙巳線與戊甲線遇于巳即以巳為心甲為界作甲庚乙圜圜內依甲乙線作甲庚乙銳角即與丙等

論曰甲戊線過巳心又為丁甲之垂線丁甲線必切圜于甲（本卷十六之系）則丁甲乙與甲庚乙兩角必交互相等

後法曰若設辛鈍角依甲乙線作壬甲乙鈍角與



辛等餘倣次法作甲癸乙鈍角與辛等

三十四題

設圜求割一分而負圜分角與所設角等

法曰設甲乙丙圜求割一分作負圜角與丁等先作戊巳線切圜于甲次作巳甲乙角與丁等末依甲乙線作甲丙乙角與丁等

論曰巳甲乙與甲丙乙兩角交互相等本卷三二

三十五題

圜內兩直線交而相分各兩分線矩內形等

解曰甲丁乙丙圜內有甲乙丙丁兩線或俱過心或一過心一不過心或俱不過心交而相分于戊題言甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內形等若俱過心其各分四線等即兩矩內形亦等

先論曰圜內線獨丙丁過心者又有二種其一丙丁平分甲乙線于戊試從心作巳乙線其丙丁線既平分于巳又任分于戊即丙戊偕戊丁矩內形及巳戊上方形并與等巳丁之巳

乙上方形等（二卷五）又巳戊戊乙上兩方形并亦與巳乙上方形等（一卷四七）是丙戊偕戊丁矩內形及巳戊上方形并與巳戊戊乙上兩方形并亦等矣次每減一同用之戊巳上方形則所存丙戊偕戊丁矩內形不與戊乙上方形亦等乎戊乙上方形即戊乙偕甲戊矩內形（以甲戊戊乙兩線等故）也

次論曰若丙丁任分甲乙線于戊即平分甲乙線于庚次從心作巳庚巳乙兩線即巳庚為甲乙之垂線其丙戊偕戊丁矩內形及巳

戊上方形并與等巳丁之巳乙上方形等（二卷五）巳戊上方形與巳庚庚戊上兩方形並等（一卷四七）巳乙上方形與巳庚庚乙上兩方形并亦等則丙戊偕戊丁矩內形及巳庚庚戊上兩方形并與巳庚庚乙上兩方形并等次每減同用之巳庚上方形即所存丙戊偕戊丁矩內形及庚戊上方形不與庚乙上方形等乎又甲戊偕戊乙矩內形及庚戊上方形并亦與庚乙上方形等（二卷五）此相等兩率每減同用之庚戊上方形則所餘兩矩內形等矣

後論曰甲乙丙丁兩線俱不過心相交于戊或一線平分如上圖或俱任分如下圖皆自戊作庚辛過心線依上論推顯甲戊偕戊乙丙戊偕戊丁兩矩內形皆與庚戊偕戊辛矩內形等即兩矩內形自相等

三十六題

圜外任取一點從點出兩線一切圜一割圜其割圜全線偕規外線矩內形與切圜線上方形等

解曰甲乙丙圜外任取丁點從丁作丁乙線切圜

于乙作丁甲線截圜界于丙題言甲丁偕丙丁矩内形與丁乙上方形等

先論丁甲過心者曰試作乙戊為乙丁之垂線其甲丙線平分于戊又引出一丙丁線即甲丁偕丙丁矩内形及等戊丙之戊乙上方形并與戊丁上方形等二卷六又戊丁上方形與戊乙丁乙上兩方形并等一卷四七即甲丁偕丙丁矩内形及戊乙上方形并與戊乙丁乙上兩方形并等每減同用之戊乙上方形則所存甲丁偕丙丁矩内形與丁乙上

方形等

後論丁甲不過心者曰試平分甲丙于巳次從戊心作戊巳戊丙戊丁戊乙四線即戊乙為丁乙之垂線戊巳為甲丙之垂線其甲丙線既平分于巳又引出一丙丁線即甲丁偕丁丙矩內形及巳丙上方形并與巳丁上方形等二卷六次每加一戊巳上方形即甲丁偕丁丙矩內形及巳丙戊巳上兩方形并與巳丁戊巳上兩方形并等夫巳戊丙巳上兩方形并與戊

丙上方形等又戊巳巳丁上兩方形并與戊丁上方形等是甲丁偕丙丁矩内形及戊丙上方形并與戊丁上方形等又戊丁上方形與丁乙及等戊乙之戊丙上兩方形并等每減同用之戊丙上方形所存甲丁偕丁丙矩内形與丁乙上方形不亦等乎

一系若從圜外一點任作幾線各全線偕規外線矩内形俱等

論曰各矩内形俱與乙丁線上方形等即

各矩內形自相等

二系從圜外丁點作丁甲丁乙兩切圜線兩線必相等

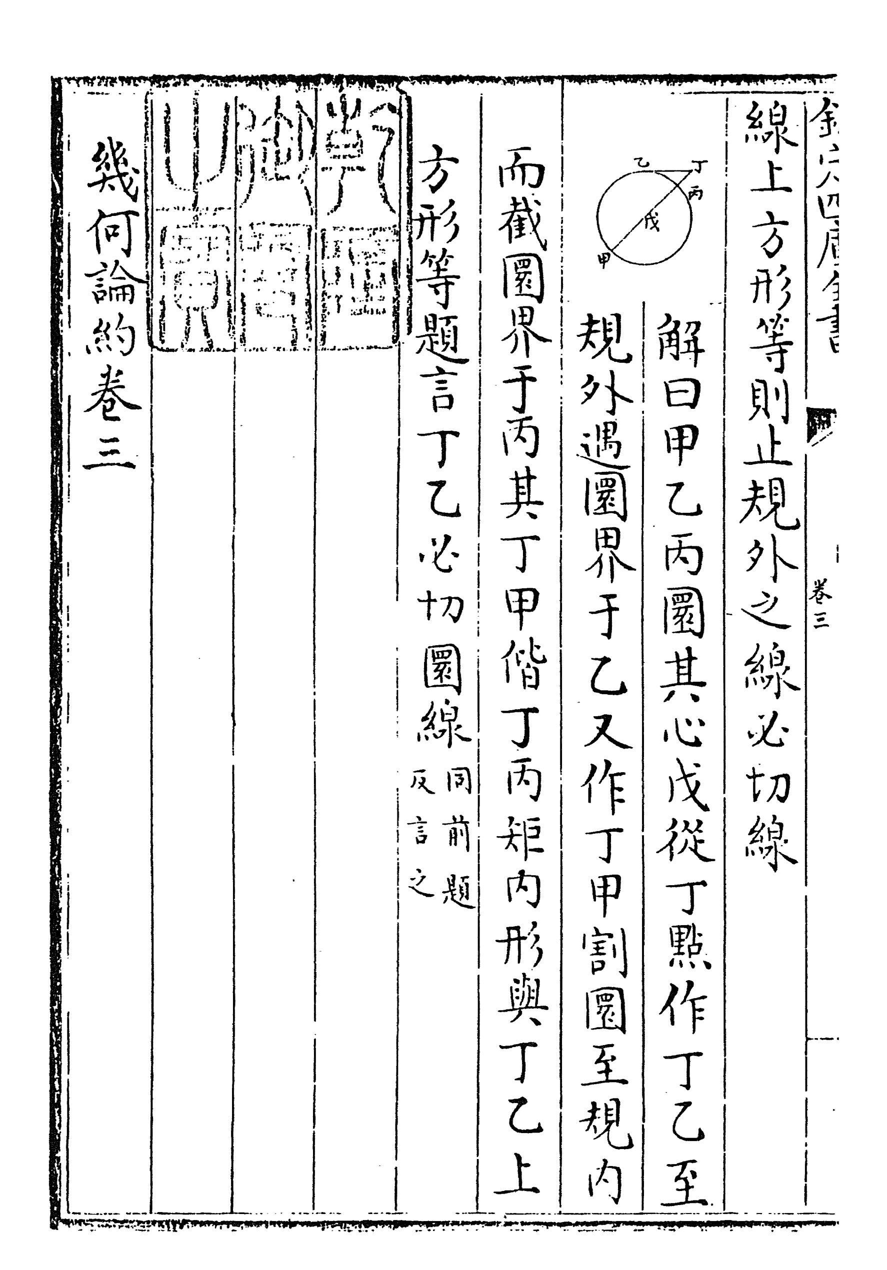
論曰兩線俱與丙丁偕丁戊矩內形等即兩線自相等

三系從圜外一點止可作兩直線切圜

三十七題

圜外任于一點出兩直線一至規外一割圜止規內而割圜全線偕割圜之規外線矩內形與至規外之

線上方形等則止規外之線必切切線



解曰甲乙丙圜其心戊從丁點作丁乙至規外遇圜界于乙又作丁甲割圜至規内而截圜界于丙其丁甲偕丁丙矩内形與丁乙上方形等題言丁乙必切圜線同前題反言之

欽定四庫全書

子部

幾何論約卷四之首至末

詳校官欽天監天文生臣司廷棟

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官降調編修臣倉聖脉

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄錄監生臣王旭昱

繪圖監生臣林臯

幾何論約卷四之首

柘城杜知耕撰

界說七則

一界此直線形居他直線形内此直線形為他直線形内切形

二界此直線形居他直線形外此直線形為他直線形外切形

三界圜内直線形以各角切圜界為圜内切形

四界圜外直線形以各邊切圜界為圜外切形

五界直線形內圜圜界切直線形之各邊為形內切圜

六界直線形外圜圜界切直線形之各角為形外切圜

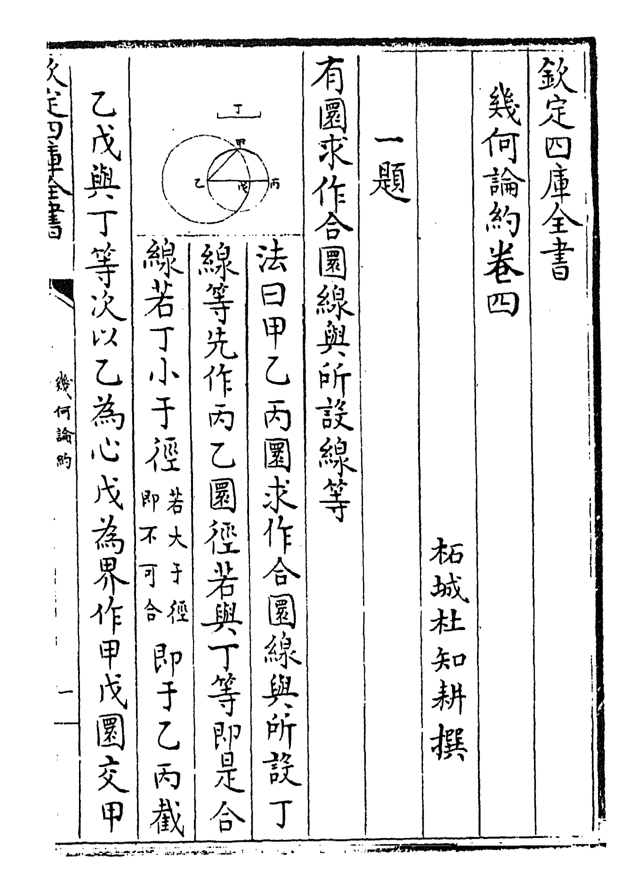
七界直線之兩端各抵圜為合圜線如甲乙丙丁兩線俱為合圜線而戊巳辛庚兩線或至界或不至界或俱不至界皆不得為合圜線

幾何論約卷四

柘城杜知耕撰

一題

有圜求作合圜線與所設線等



法曰甲乙丙圜求作合圜線與所設丁線等先作丙乙圜徑若與丁等即是合線若丁小于徑（若大于徑即不可合）即于乙丙截乙戊與丁等次以乙為心戊為界作甲戊圜交甲

乙丙圜于甲末作甲乙線為所求耕曰當任指乙為心丁為度向圜界作短界線為甲即作甲乙線

二題

有圜求作圜內三角切形與所設三角形等

法曰甲乙丙圜求作圜內三角切形其三角與所設丁戊巳形之三角各等先作庚辛切圜線次作庚甲乙角與所設巳角等次作辛甲丙角與所設戊角等末作乙丙線為所求

論曰甲丙乙與庚甲乙兩角甲乙丙與辛甲丙兩

角各交互相等三卷三一兩角既等餘一角必亦等

三題

有圜求作圜外三角切形與所設三角形等

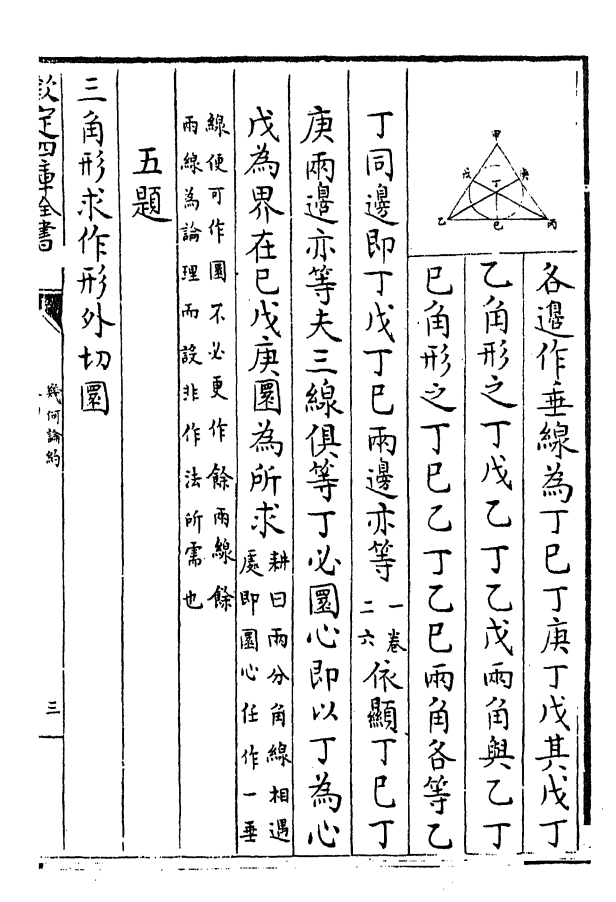
法曰甲乙丙圜求作圜外三角切形其三角與所設丁戊巳形之三角各等先引長戊巳邊為庚辛次自圜界抵心作甲壬線次作甲壬乙角與丁戊庚等次作乙壬丙角與丁巳辛等末于三線各作垂線成三角形為所求

論曰甲壬乙子四邊形之四角與四直角等一卷三二而壬甲子壬乙子皆直角即甲壬乙甲子乙兩角并等兩直角彼丁戊庚丁戊巳亦等兩直角一卷十三每減一相等之丁戊庚甲壬乙則所存丁戊巳與甲子乙必等依顯丑與巳癸與丁角俱等一卷三二

四題

三角形求作形內切圜

法曰甲乙丙角形求作形內切圜先于乙丙兩角各平分之作乙丁丙丁兩線相遇于丁次自丁至



各邊作垂線為丁己丁庚丁戊其戊丁乙角形之丁戊乙丁乙戊兩角與乙丁己角形之丁己乙丁乙己兩角各等乙丁同邊即丁戊丁己兩邊亦等一卷二六依顯丁己丁庚兩邊亦等夫三線俱等丁必圜心即以丁為心戊為界在己戊庚圜為所求耕曰兩分角線相遇處即圜心任作一垂線便可作圜不必更作餘兩線餘兩線為論理而設非作法所需也

五題

三角形求作形外切圜

法曰甲乙丙角形求作形外切圜先平分兩邊若直角鈍角則分直鈍兩旁之邊于丁于戊作丁己戊己為兩邊之垂線相遇于己其己點或在形內或在形外俱作己甲己乙己丙三線或在乙丙邊上止作己甲線其甲丁己角形之甲丁與乙丁己形之乙丁兩腰等丁己同腰丁之兩旁俱直角即甲己己乙兩底必等一卷四依顯甲己己丙兩底亦等夫三線俱等己必圜心即以己為心甲為

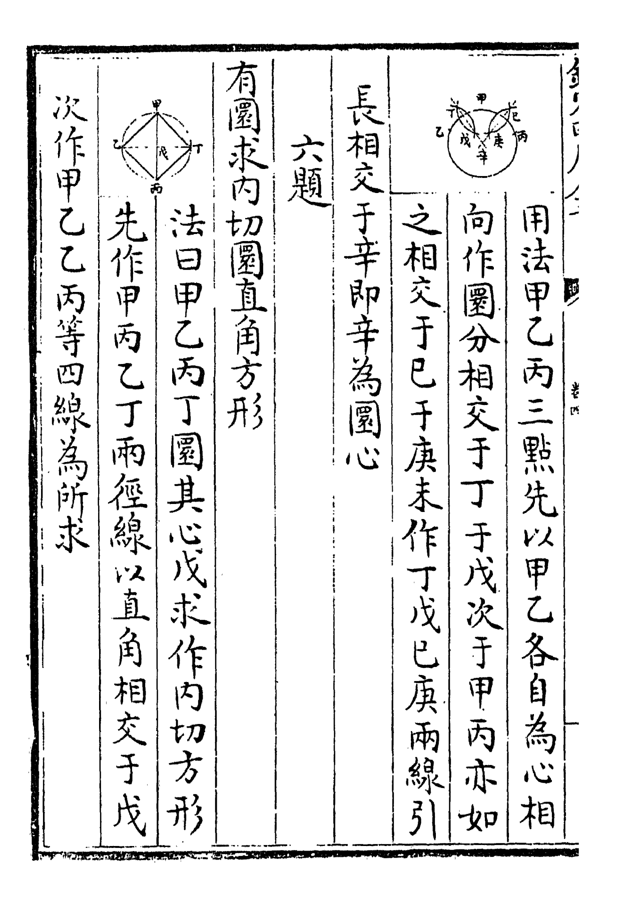
界作乙甲丙圜為所求

耕曰兩垂線相遇處為心即可作圜不必更作餘線

一系若圜心在三角形内必鋭角形在一邉必直角形在形外必鈍角形

二系若鋭角形圜心必在形内直角形必在一邉鈍角形必在形外

增任設三點不在一直線可作過三點之圜其法于三點各作直線相聯成三角形依前法作圜



用法甲乙丙三點先以甲乙各自為心相向作圜分相交于丁于戊次于甲丙亦如之相交于巳于庚末作丁戊巳庚兩線引長相交于辛即辛為圜心

六題

有圜求內切圜直角方形

法曰甲乙丙丁圜其心戊求作內切方形

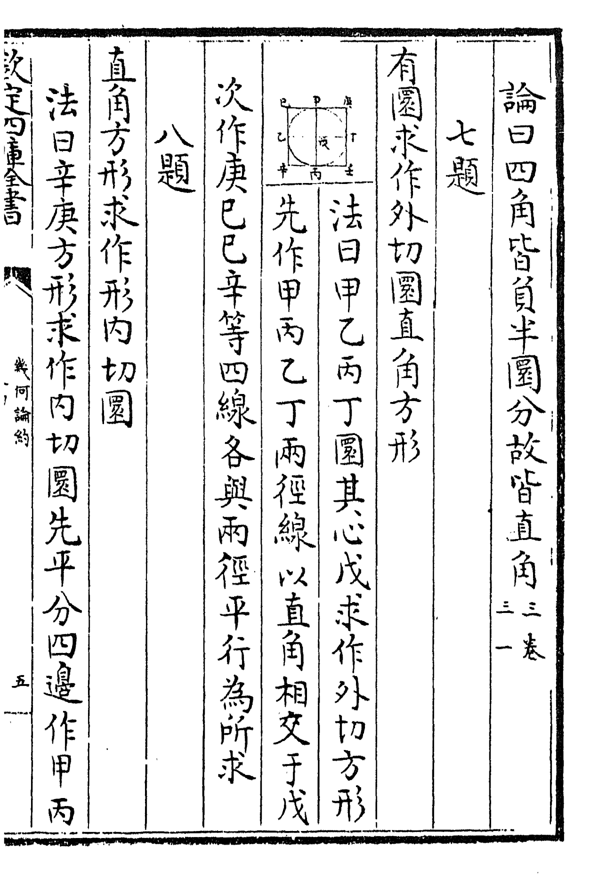
先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊

次作甲乙乙丙等四線為所求

論曰四角皆負半圜分故皆直角 三卷三一

七題

有圜求作外切圜直角方形



法曰甲乙丙丁圜其心戊求作外切方形

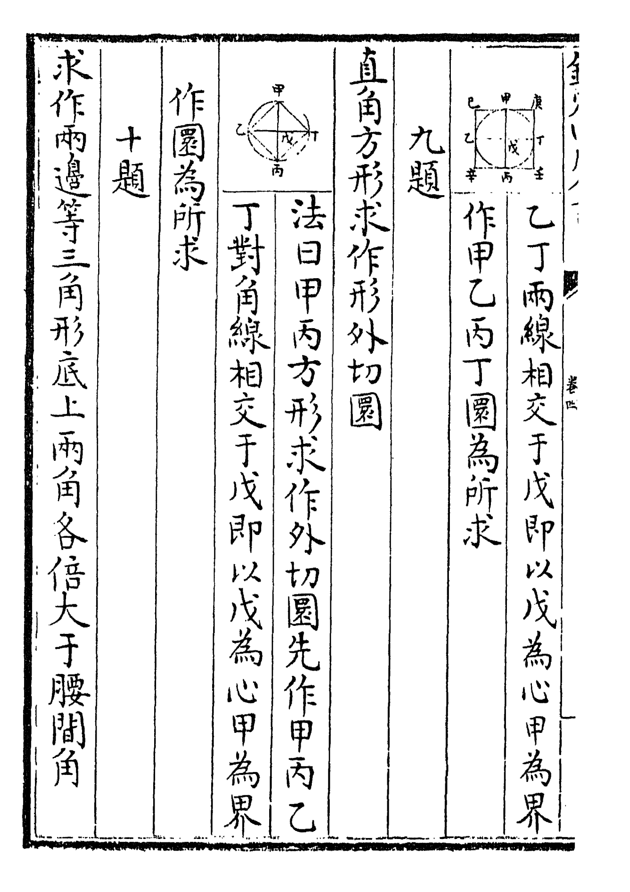
先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊

次作庚巳巳辛等四線各與兩徑平行為所求

八題

直角方形求作形內切圜

法曰辛庚方形求作內切圜先平分四邊作甲丙



乙丁兩線相交于戊即以戊為心甲為界

作甲乙丙丁圜為所求

九題

直角方形求作形外切圜

法曰甲丙方形求作外切圜先作甲丙乙

丁對角線相交于戊即以戊為心甲為界

作圜為所求

十題

求作兩邊等三角形底上兩角各倍大于腰閒角

法曰先任作甲乙線次分于丙令甲乙偕丙乙矩

內形與甲丙上方形等(二卷十一)次以甲為心乙為界作乙丁圜次作乙丁合圜線與甲丙等(本卷一)末作甲丁線相聯即兩邊等三角形而乙丁兩角倍大於甲角

論曰試作丙丁線成甲丙丁角形外作甲丙丁切圜(本卷五)其甲乙偕丙乙矩內形與甲丙上方形等亦與乙丁上方形等而丁乙必甲丙丁圜之切線(三卷二七)即乙丁丙角與甲角交互相等(三卷三二)于兩角

每加一丙丁甲角即甲丁乙全角與丙甲丁丙丁甲兩角并等又乙丙丁外角亦與丙甲丁丙丁甲兩內角并等一卷三二即乙丙丁角與甲丁乙角等而與相等之甲乙丁角亦等乙丙丁丙乙丁兩角既等則丙丁乙丁兩線必等又乙丁元與甲丙等是丙丁與甲丙亦等兩線既等則甲與甲丁丙兩角亦等夫乙丁丙丙丁甲既俱等于甲角是甲丁乙倍大于甲角而相等之甲乙丁角亦倍大于甲角

十一題

有圜求作圜內五邊切形其形等邊等角

法曰甲丙戊圜求作等邊等角五邊內切形先作巳庚辛兩邊等角形而庚辛兩角俱倍大于巳角（本卷十）次于圜內作甲丙丁角形與巳庚辛等次平分甲丙丁甲丁丙兩角作丙戊丁乙兩線末作甲乙乙丙等四線為所求

論曰甲丙丁甲丁丙兩角皆倍大于丙甲丁角今平分兩角即甲丁乙乙丁丙丙甲丁丁丙戊戊丙甲五角皆等五角所乘之五圜分亦等五圜分等

則五邊等矣又甲乙丙丁圜分與乙丙丁戊圜分等則乘兩圜分之甲戊丁與乙甲戊兩角亦等依顯餘三角俱等而五角等矣

十二題

有圜求圜外五邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊外切形等邊等角先作圜內五邊切形次從巳心作巳甲巳乙等五線次從此五線作庚辛辛壬等五垂線為所求

十三題

五邊形求作形内切圜

法曰甲乙丙丁戊五邊形求作内切圜先平分甲戊邊于庚平分乙丙邊于辛次作庚丙辛戊兩垂線相交于巳末以巳為心庚為界作圜為所求

十四題

五邊形求作形外切圜

法曰甲乙丙丁戊五邊形求作外切圜先平分乙

丙丁丙丁戊兩角作庚丙辛丁兩線相交于巳末以巳為心丙為界作圜為所求

十五題

有圜求作圜内六邉切形其形等邉等角

法曰甲丙戊圜其心庚求作六邉内切形等邉等角先作甲丁徑線次以丁為心庚為界作圜兩圜相交于丙于戊次從庚心作庚丙庚戊各引長為丙巳戊乙末以甲乙乙丙等六線聯之為所求

耕曰兩圜既等其庚丙丁角形之庚丁庚丙同為上圜之半徑必等而庚丁丙丁同為下圜之半徑亦等六三角形俱依此推顯三邊等故三角亦等也分角等故全角亦等也

一系凡圜之半徑為六分圜之一之分弦何者庚丁與丁丙等故也

二系依前十二十三十四題可作六邊形在圜外又六邊形内外俱可作切圜

十六題

有圜求作圜內十五邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙圜求作十五邊內切形等邊等角先作甲乙丙內切圜平邊三角形（本卷二）每一邊當圜三分之一即當十五分之五次從甲作甲戊巳庚辛五邊形每一邊當圜五分之一即當十五分之三平分戊乙于壬則壬乙得十五分之一即依壬乙作十五合圜線為所求

一系依前十二十三十四題可作外切圜十五邊

形又十五邊形內外俱可作切圜

增題若圜內從一點設不等兩內切形之各一邊此兩邊各為若干分圜之一其兩若干分相乘之數即後作形之分數其兩若干分之較數即兩邊相距之圜分如甲丙戊圜從甲點作甲乙為六邊形之一邊甲丙為五邊形之一邊甲丁為四邊形之一邊甲戊為三邊形之一邊甲乙命六甲丙命五較數一即乙丙圜分為三十邊形之一邊何者五六相乘得三十

故當為三十邊也較數一故當為一邊也又甲乙圜分為六分圜之一即三十分之五甲丙為五分圜之一即三十分之六則乙丙得三十分之一也依顯乙丁為二十四邊形之二邊何者甲乙命六甲丁命四四六相乘得二十四又較數二也因推乙戊為十八邊形之三邊丙戊為十五邊形之二邊丁戊為十二邊形之一邊也

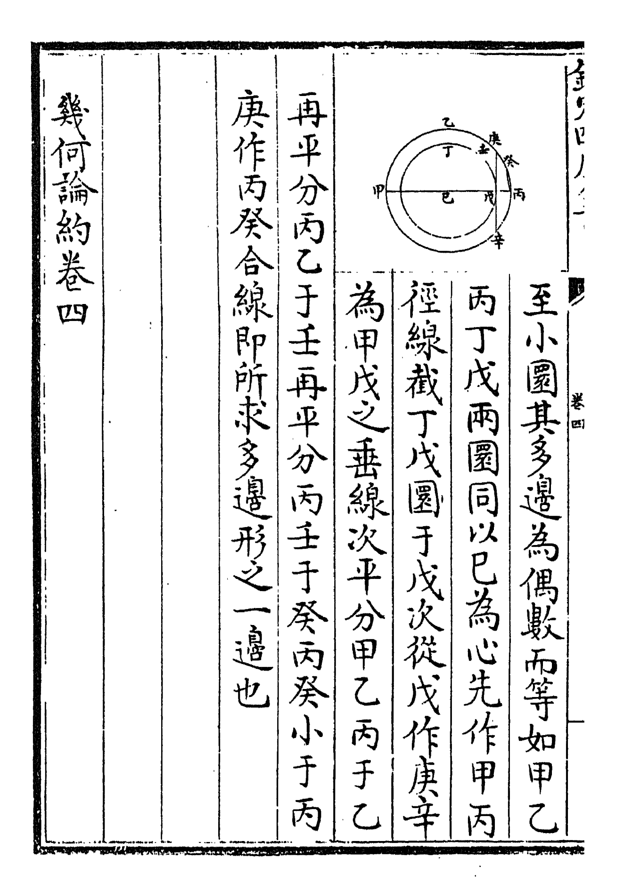
二系凡作形于圜之内等邊則等角何者形之邊

所乘之圜分皆等故三卷二七凡作形于圜之外從圜心至角各作直線依本卷十二題可推各角等

三系凡等邊形可作在圜内即可作在圜外又形内外俱可作圜

四系凡圜内有一形欲作他形其邊倍于此邊即分此一邊所合之圜分為兩平分而每分各作一線即三邊可作六邊四邊可作八邊倣此以至無窮

又補題圜内有同心圜求作一多邊形切大圜不



至小圜其多邊為偶數而等如甲乙丙丁戊兩圜同以己為心先作甲丙徑線截丁戊圜于戊次從戊作庚辛為甲戊之垂線次平分甲乙丙于乙再平分丙乙于壬再平分丙壬于癸丙癸小于丙庚作丙癸合線即所求多邊形之一邊也

幾何論約卷四

幾何論約卷五之首

柘城杜知耕撰

界說十九則

前四卷所論皆獨幾何也此下二卷所論皆自兩以上多幾何同例相比者也此卷以虛例相比絶不及線面體諸類六卷則論線角圜界諸類及諸形之同類相比者也

一界分者幾何之幾何也小能度大以小為大之分小能度大者謂小幾何度大幾何能盡大之分者也如甲為乙三分之一為丙七分之一無贏不足

也若戊為丁之一即贏為二即不足巳為丁之三即贏為四即不足是不盡大則丁不能為戊巳之分也本書所論皆指能盡分者

甲
乙
丙
丁
戊
巳

二界小幾何能度大者則大為小之幾倍

三界比例者兩幾何以幾何相比之理凡兩幾何相比以此幾何比他幾何則此為前率他為後率反用之以他幾何比此幾何則他為前率此為後率

凡比例有二種有大合有小合以數可明者為大

合非數可明者為小合本篇所論皆大合也

凡大合有兩種有等者有不等者等者謂相同之比例其不等者又有兩種有以大不等如二十比十是也有以小不等如十比二十是也大不等者又有五種一為幾倍大謂大幾何內有小幾何或二或三或八或十也二為等帶一分謂大幾何內既有小之一別帶一分此一分或元一之半或三分之一四分之一也三為等帶幾分謂大幾何內既有小之一別帶幾分不能合為一盡分者也四

為幾倍大帶一分五為幾倍大帶幾分小不等者亦有五種俱與上五種相反為名

四界兩比例之理相似為同理之比例如甲與乙兩幾何之比例偕丙與丁兩幾何之比例其理相似為同理之比例同理又有二種一為連比例謂相連不斷如後圖戊與己比己又與庚比是也二為斷比例謂居中兩率一取不再用如前圖甲自與乙比丙自與丁比是也

甲 乙 丙 丁 戊 己 庚

五界兩幾何倍其身而能相勝者為有比例之幾何如三尺之線與八尺之線三尺之線三倍其身即大於八尺之線是為有比例之線也又如方形之一邊與其對角線雖非大合之比例可以數明而方邊一倍之即大于對角線是亦有小合比例之線也又圜徑四倍之即大于圜界則徑與界亦有小合比例之線也又如初月形別作一方形與之等（未卷一增附）即曲直兩線相視有大有小亦有比例也又方與圜雖不能為相等之形然兩形相視有

大有小亦不可謂無比例也又直線角與曲線角亦有比例如丁乙戊角與甲乙丙直角等壬庚癸角與己庚辛鈍角等卯丑辰角與子丑寅鋭角等此五者皆疑無比例而實有比例者也他若有窮之線與無窮之線雖為同類實無比例何者有窮之線畢世倍之不能勝無窮之線故也又線與面面與體各自為類亦無比例何者畢世倍線不能及面畢世倍面不能及體故也又切圜角與直線鋭角亦無比例何

者畢世倍切圜角不能及至小之鋭角故也此後諸篇中每有倍比幾何令至勝彼幾何者故備著其理以需後論也

六界四幾何若第一與二偕第三與四為同理之比例則第一與第三之幾倍偕第二與第四之幾倍其相視或等或俱大或俱小恒如是如第一為三第二為二第三為六第四為四今以第一之三第三之六同加四倍為十二為二十四次以第二之二第四之四同加七倍為十四為二十八其倍第

四	十八	十二	二	三	十二	十八	九
八	卅六	廿四	四	六	廿四	卅六	十八

一之十二既小于倍第二之十四而倍第三之二十四亦小于倍第四之二十八也又以第一之三第三之六同加六倍為十八為三十六次以第二之二第四之四同加九倍為十八為三十六其倍第一之十八既等于倍第二之十八而倍三之三十六亦等于倍第四之三十六也又以第一之三第三之六同加三倍為九為十八次以第二之二第四之四同加二倍為四為八其倍第一之九既大于倍

第二之四而倍第三之十八亦大于倍第四之八也或俱等或俱大或俱小累試之皆合則三與二偕六與四得為同理之比例連比例做此

七界同理之幾何為相稱之幾何

八界四幾何若第一之幾倍大于第二之幾倍而第三之幾倍不大于第四之幾倍則第一與二之比例大于第三與四之比例此反上六界而釋不同理之比例

九界同理之比例至少必三率

十界四幾何為同理之連比例則第一與三為再加之比例第一與四為三加之比例倣此以至無窮

十一界同理之幾何前與前相當後與後相當上文六界八界謂幾何之幾倍常以一與三同倍二與四同倍以一與三為兩前二與四為兩後故也

十二界有屬理更前與前更後與後如甲與乙之比例若丙與丁今更推甲與丙若乙與丁為屬理（下言屬理皆省曰更證見本卷十六）此理可施于四率同類之比例若兩線與兩面或兩面與兩數不為

甲 乙 丙 丁

同類即不得相更也（此下說比例六理皆後論所需也）

十三界有反理取後為前取前為後如甲與乙之比

甲 乙 丙 丁

例若丙與丁今反推乙與甲若丁與丙為反理（證見本卷四之系）此理亦可施于異類

十四界有合理合前與後為一而比其後如甲乙與

甲 乙 丙 丁 戊 巳

乙丙之比例若丁戊與戊巳今合甲丙為一而比乙丙合丁巳為一而比戊巳即推甲丙與乙丙若丁巳與戊巳是合兩前兩後率而比兩後率也（證見本卷十八）

十五界有分理取前之較而比其後如甲乙與丙乙之比例若丁戊與己戊今分推甲乙之較甲丙與丙乙若丁戊之較丁己與己戊證見本卷十七

乙　丙　甲
戊　己　丁

十六界有轉理以前為前以前之較為後圖同前界如甲乙與丙乙之比例若丁戊與己戊今轉推甲乙與甲丙若丁戊與丁己證見本卷十九

十七界有平理此甲乙丙三幾何彼丁戊己三幾何相為同理之連比例者甲與乙若丁與戊乙與丙若戊與己也今平推首

甲
乙
丙

甲與尾丙若首丁與尾巳平理之分又有二種如後二界

丁 戊 巳

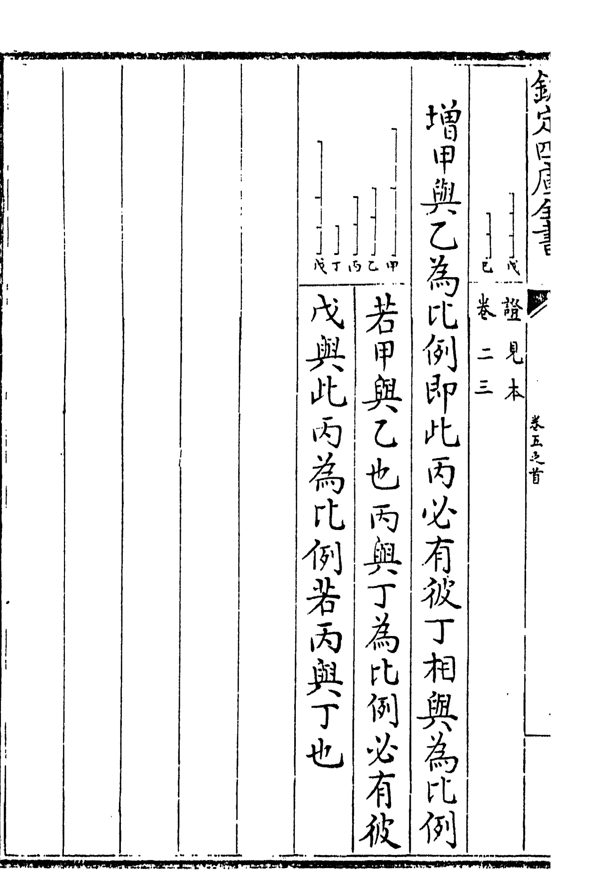
十八界有平理之序者甲與乙若丁與戊而後乙與他率丙若後戊與他率巳是序也今平推甲與丙若丁與巳也此與十七界同重宣序義以別後界也證見本卷二二

甲 乙 丙 丁 戊 巳

十九界有平理之錯者甲與乙若戊與巳又此之後乙與他率丙若彼之他率丁與前戊是錯也今平推甲與丙若丁與巳也

甲 乙 丙 丁

證見本卷二三



增甲與乙為比例即此丙必有彼丁相與為比例

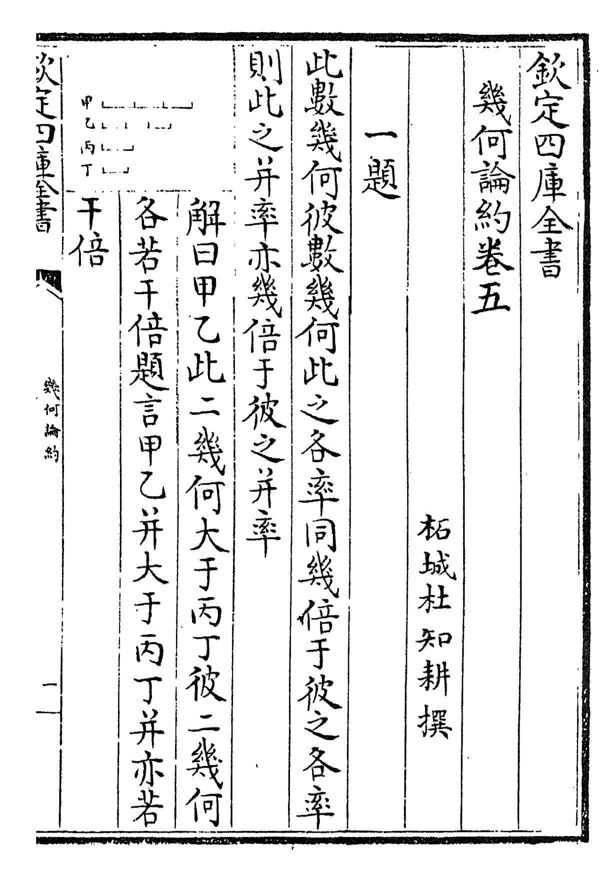
若甲與乙也丙與丁為比例必有彼戊與此丙為比例若丙與丁也

幾何論約卷五

栢城杜知耕撰

一題

此數幾何彼數幾何此之各率同幾倍于彼之各率則此之并率亦幾倍于彼之并率



解曰甲乙此二幾何大于丙丁彼二幾何各若干倍題言甲乙并大于丙丁并亦若干倍

二題

六幾何其第一倍第二之數等于第三倍第四之數而第五倍第二之數等于第六倍第四之數則第一第五并倍第二之數等于第三第六并倍第四之數

甲　乙　庚
丙
丁　戊　辛
巳

解曰一甲乙倍二丙之數如三丁戊倍四巳之數又五乙庚倍二丙之數如六戊辛倍四巳之數題言一甲乙五乙庚并倍二丙之數若三丁戊六戊辛并倍四巳之數

三題

四幾何第一之倍第二若第三之倍第四次倍第一又倍第三其數等則第一所倍之與第二若第三所倍之與第四

戊 甲 乙 己 丙 丁

解曰一甲所倍于二乙若三丙所倍于四丁次作戊己兩幾何同若干倍于甲于丙題言以平理推戊倍乙若己倍丁

四題

四幾何第一與二偕第三與四比例等第一第三同任為若干倍第二第四同任為若干倍則第一所倍

與第二所倍第三所倍與第四所倍比例亦等

戊己　甲丙　乙丁　庚辛

解曰甲與乙偕丙與丁比例等次作戊與己同任若干倍于一甲三丙別作庚與辛同任若干倍于二乙四丁題言一甲所倍之戊與二乙所倍之庚偕三丙所倍之己與四丁所倍之辛比例亦等

壬　癸
戊　己
甲　丙
乙　丁
庚　辛
子　丑

論曰試以戊己同任倍之為壬為癸別以庚辛同任倍之為子

為丑其戊之倍甲既若巳之倍丙而壬之倍戊亦若癸之倍巳即壬之倍甲亦若癸之倍丙也本卷三依顯子之倍乙亦若丑之倍丁也夫甲與乙偕丙與丁之比例既等而壬癸所倍于甲丙子丑所倍于乙丁各等即三試之若倍甲之壬小于倍乙之子則倍丙之癸亦小于倍丁之丑矣若壬子等即癸丑亦等若壬大于子即癸亦大于丑本卷界六不論幾許倍其等大小恒如是也則戊與庚偕巳與辛之比例必等

一系凡四幾何一與二偕三與四比例等即可反推二與一偕四與三比例亦等

二系若甲與乙偕丙與丁比例等則甲之或二或三倍與乙之或二或三倍偕丙之或二或三倍與丁之或二或三倍比例俱等倣此以至無窮

五題

大小兩幾何此全所倍于彼全若此全截分所倍于彼全截分則此全之分餘所倍于彼全之分餘亦如之

甲　　　　戊　乙
丙　　己　丁

解曰甲乙所倍于丙丁若甲乙截分之甲戊所倍于丙丁截分之丙己題言甲戊分餘之戊乙所倍于丙己分餘之己丁亦如其數

六題

此兩幾何各倍于彼兩幾何其數等于此兩幾何每減一分其一分之各倍于所當彼幾何其數等則其分餘或各與彼幾何等或尚各倍于彼幾何其數亦等

解曰甲乙丙丁各倍于戊己其數等每減一倍戊

甲　庚　乙
戊
丙　辛　丁
巳

巳相等之甲庚丙辛題言分餘庚乙辛丁或與戊巳等或尚各倍于戊巳其數亦等

七題

此兩幾何等則與彼幾何各為比例必等而彼幾何與此相等之兩幾何各為比例亦等

甲
乙
丙

解曰甲乙兩幾何等彼幾何丙不論等大小于甲乙題言甲與丙偕乙與丙各為比例必等又反上言丙與甲偕丙與乙各為比例亦等

八題

大小兩幾何各與他幾何為比例則大與他之比例大于小與他之比例而他與小之比例大于他與大之比例

甲
乙
丙

解曰不等兩幾何甲大乙小又有他幾何丙不論等大小于甲于乙題言甲與丙大于乙與丙之比例又反言丙與乙大于丙與甲之比例

九題

兩幾何與一幾何各為比例而等則兩幾何必等一幾何與兩幾何各為比例而等則兩幾何亦等

十題

彼此兩幾何此幾何與他幾何之比例大于彼與他之比例則此幾何大于彼他幾何與彼幾何之比例大于他與此之比例則彼幾何小于此

解曰甲乙兩幾何又有丙幾何甲與丙之比例大于乙與丙題言甲大于乙又言丙與乙之比例大于丙與甲則乙小于甲

甲
乙
丙

十一題

此兩幾何之比例與他兩幾何之比例等而彼兩幾

何之比例與他兩幾何之比例亦等則彼兩幾何之比例與此兩幾何之比例亦等

甲乙
戊己
丙丁

解曰甲乙偕丙丁之比例各與戊己等

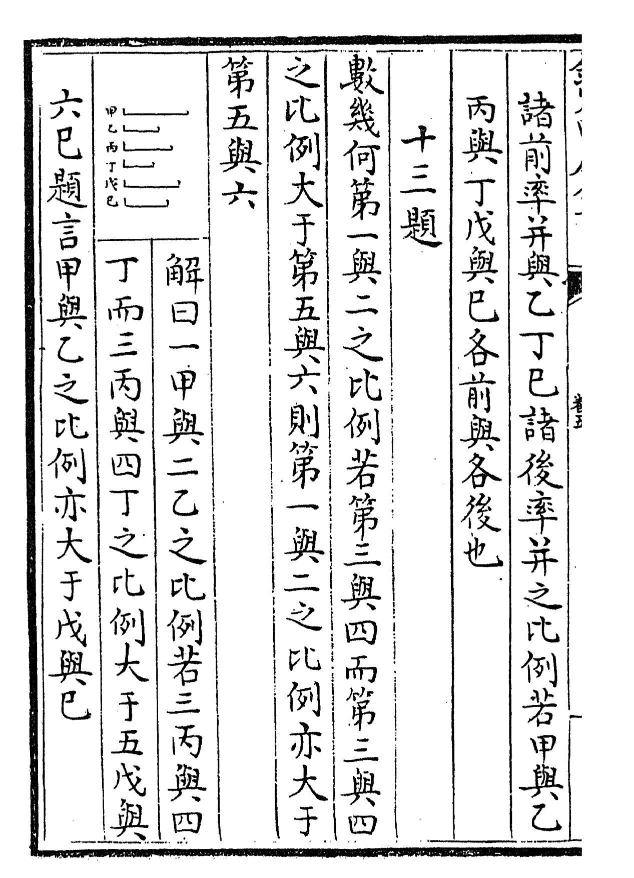
題言甲乙與丙丁之比例亦等

十二題

數幾何所為比例皆等則并前率與并後率之比例若各前率與各後率之比例

甲
乙
丙
丁
戊
己

解曰甲乙丙丁戊己數幾何甲與乙若丙與丁丙與丁若戊與己題言甲丙戊



諸前率并與乙丁巳諸後率并之比例若甲與乙丙與丁戊與巳各前與各後也

十三題

數幾何第一與二之比例若第三與四而第三與四之比例大于第五與六則第一與二之比例亦大于第五與六

解曰一甲與二乙之比例若三丙與四丁而三丙與四丁之比例大于五戊與六巳題言甲與乙之比例亦大于戊與巳

十四題

四幾何第一與二之比例若第三與四而第一大于第三則第二亦大于第四第一或小或等于第三則第二亦等亦小于第四

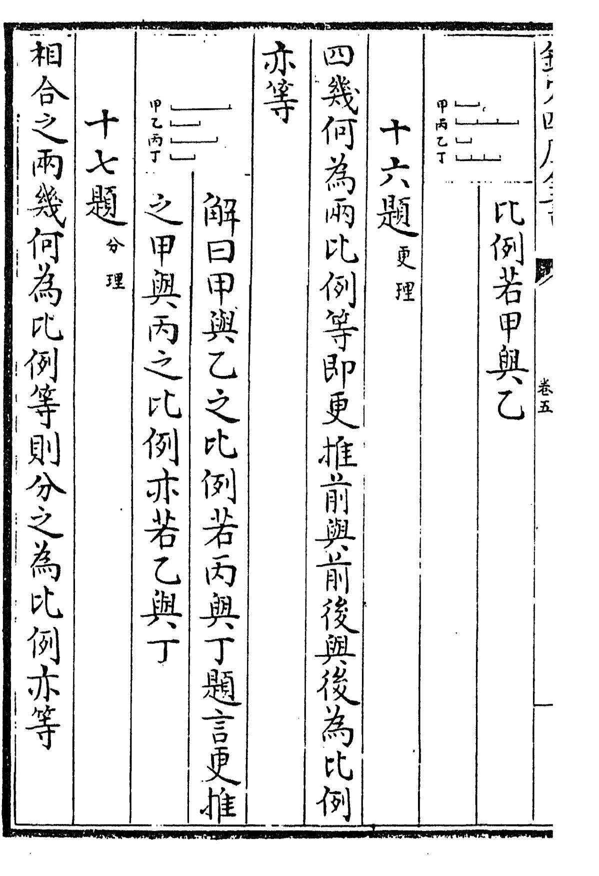
甲乙丙丁

解曰甲與乙之比例若丙與丁題言甲大于丙則乙亦大于丁若等亦等若小亦小

十五題

兩分之比例與兩多分并之比例等

解曰甲與乙同任倍之為丙為丁題言丙與丁之



比例若甲與乙

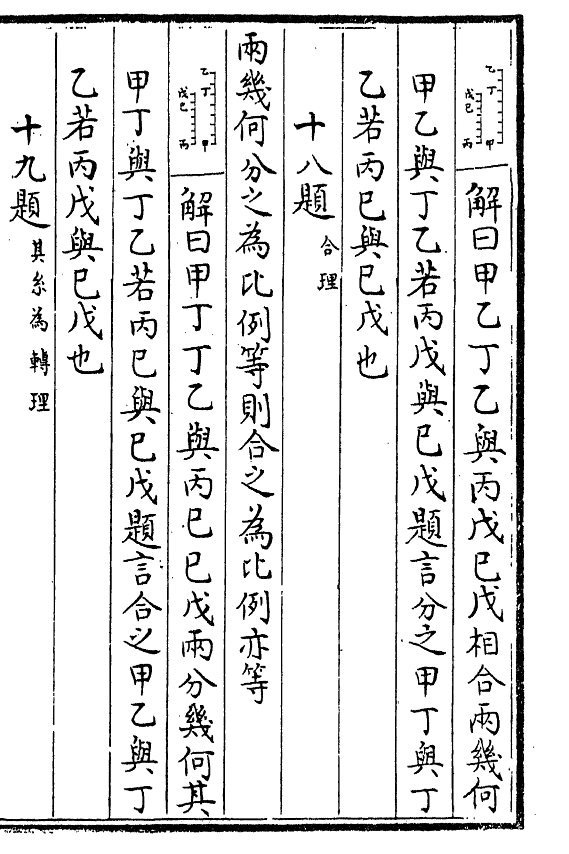
十六題 更理

四幾何為兩比例等即更推前與前後與後為比例亦等

解曰甲與乙之比例若丙與丁題言更推之甲與丙之比例亦若乙與丁

十七題 分理

相合之兩幾何為比例等則分之為比例亦等



解曰甲乙丁乙與丙戊己戊相合兩幾何甲乙與丁乙若丙戊與己戊題言分之甲丁與丁乙若丙己與己戊也

十八題 合理

兩幾何分之為比例等則合之為比例亦等

解曰甲丁丁乙與丙己己戊兩分幾何其甲丁與丁乙若丙己與己戊題言合之甲乙與丁乙若丙戊與己戊也

十九題 其分為轉理

兩幾何各截取一分其所截取之比例與兩全之比例等則分餘之比例與兩全之比例亦等

解曰甲乙丙丁兩幾何其甲乙全與丙丁全之比例若截取之甲戊與丙己題言分餘戊乙與己丁之比例亦若甲乙與丙丁

系從此題可推界說十六之轉理如上甲乙與戊乙若丙丁與己丁即轉推甲乙與甲戊若丙丁與丙己

二十題

有三幾何又有三幾何相為連比例而第一幾何大于第三則第四亦大于第六第一或等或小于第三則第四亦等亦小于第六

解曰甲乙丙三幾何丁戊巳三幾何其甲與乙若丁與戊乙與丙若戊與巳題言若甲大于丙丁亦大于巳若甲等于丙丁亦等于巳若甲小于丙丁亦小于巳

二十一題

有三幾何又有三幾何相為連比例而錯以平理推

之若第一大于第三則第四亦大于第六若第一或等或小于第三則第四亦等亦小于第六

甲　乙　丙　丁　戊　巳

解曰甲乙丙三幾何丁戊巳三幾何相為連比例不序不序者甲與乙若戊與巳乙與丙若丁與戊以平理推之若甲大于丙題言丁亦大于巳

論曰甲既大于丙即甲與乙大于丙與乙本卷八而甲與乙若戊與巳即戊與巳亦大于丙與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁

也（本卷四）則戊與巳大于戊與丁是丁大于巳也

甲 乙 丙 丁 戊 巳

次解曰若甲等于丙題言丁亦等于巳

論曰甲丙既等即甲與乙若丙與乙（本卷七）而甲與乙若戊與巳即丙與乙亦若戊與巳也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁也（本卷四）則戊與巳若戊與丁是丁巳等也

甲 乙 丙 丁 戊 巳

後解曰若甲小于丙題言丁亦小于巳

論曰甲既小于丙即甲與乙小于丙與乙（本卷八）而甲與乙若戊與巳即戊與巳亦小于丙

與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙若戊與丁（本卷四）則戊與己小于戊與丁是丁小于已也

二十二題（平理之序）

有若干幾何又有若干幾何其數等相為連比例則以平理推之

甲　乙　丙　庚　丁　戊　己　辛

解曰有若干幾何甲乙丙又有若干幾何丁戊己而甲與乙若丁與戊乙與丙若戊與己題言以平理推之甲與丙若丁與

巳如更有庚辛二幾何其丙與庚若巳與辛依顯甲與庚亦若丁與辛四以上倣此

二十三題平理之錯

若干幾何又若干幾何其數等相為連比例而錯亦以平理推

甲
乙
丙
庚
丁
戊
巳
辛

解曰甲乙丙若干幾何丁戊巳若干幾何相為連比理而錯者其甲與乙若戊與巳乙與丙若丁與戊題言以平理推之甲與丙亦若丁與巳如更有庚辛兩幾何其戊與辛

若甲與丙丙與庚若丁與戊即以甲丙庚作三幾何丁戊辛作三幾何相為連比例而錯則甲與庚亦若丁與辛四以上做此

耕曰以數明之甲設十八乙設九丙設六丁設四十八戊設三十二己設十六甲與丙若丁與己具故何也蓋甲與乙若六與三乙與丙若三與二則甲與丙若六與二矣又丁與戊若六與四戊與己若四與二則丁與己亦若六與二矣兩前兩後俱若六與二故比例等也庚辛

甲十八　乙九　丙六
丁四十八　戊三十二　己十六

兩幾何亦依此推顯

二十四題

凡第一與二之比例若第三與四而第五與二之比例若第六與四則第一第五并與二之比例若第三第六并與四

甲　乙　庚
丙
丁　戊　辛
己

解曰一甲乙與二丙若三丁戊與四己而五乙庚與二丙若六戊辛與四己題言一甲乙五乙庚并與二丙若三丁戊六戊辛并與四己

增題此兩幾何與彼兩幾何比例等于此兩幾何每截取一分其截取兩幾何與彼兩幾何比例等則分餘兩幾何與彼兩幾何比例亦等此增與六題大同但六題言幾倍此不言倍其意稍廣矣

二十五題

四幾何為斷比例則最大與最小兩幾何并大于餘兩幾何并

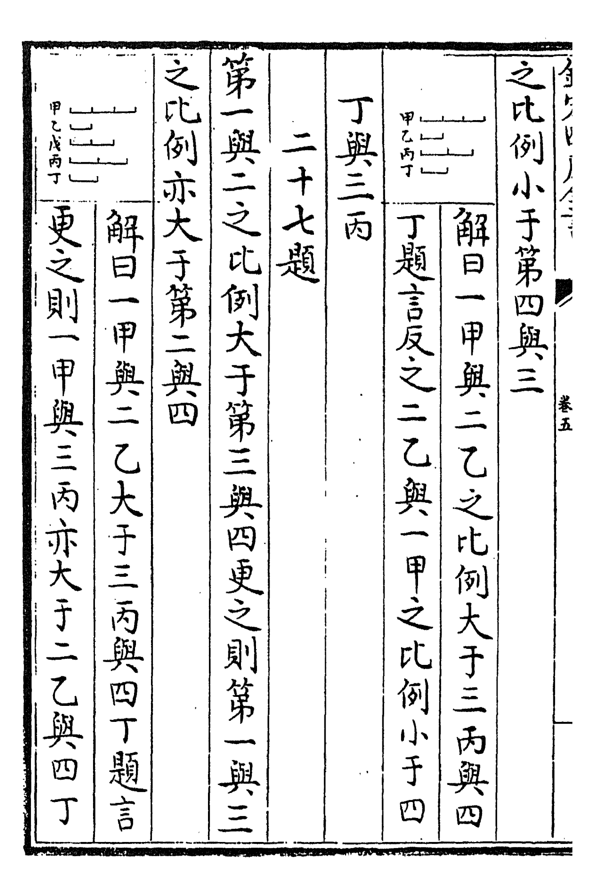
甲 庚 乙
丙 辛 丁
戊
己

解曰甲乙與丙丁若戊與己甲乙最大己最小題言甲乙己并大于丙丁戊并

論曰試于甲乙截取甲庚與戊等于丙丁截取丙辛與巳等甲庚丙辛既等于戊巳其比例必若甲乙與丙丁也夫甲乙與丙丁既若甲庚與丙辛即亦若分餘之庚乙與辛丁也本卷十九而甲乙最大必大于丙丁即庚乙亦大于辛丁矣若于戊加等巳之丙辛于巳加等戊之甲庚兩率必等而又加不等之庚乙辛丁則甲乙巳并豈不大于丙丁戊并

二十六題

第一與二之比例大于第三與四反之則第二與一



之比例小于第四與三

解曰一甲與二乙之比例大于三丙與四丁題言反之二乙與一甲之比例小于四丁與三丙

二十七題

第一與二之比例大于第三與四更之則第一與三之比例亦大于第二與四

解曰一甲與二乙大于三丙與四丁題言更之則一甲與三丙亦大于二乙與四丁

論曰試作戊與乙之比例若丙與丁即甲與乙大于戊與乙是甲大于戊則甲與丙必大于戊與丙矣夫戊與乙既若丙與丁更之則戊與丙亦若乙與丁則甲與丙大于乙與丁

二十八題

第一與二之比例大于第三與四合之則第一第二并與二之比例亦大于第三第四并與第四

丙 乙 甲
庚
己 戊 丁

解曰一甲乙與二乙丙大于三丁戊與四戊己題言合之則甲丙與乙丙亦大于丁

己與戊己

論曰試作庚乙與乙丙之比例若丁戊與戊己即甲乙與乙丙大于庚乙與乙丙是甲乙大于庚乙矣此兩率每加一乙丙即甲丙亦大于庚丙甲丙與乙丙大于庚丙與乙丙即大于丁己與戊己

二十九題

第一合第二與二之比例大于第三合第四與四分之則第一與第二之比例亦大于第三與四

丙　乙　甲
己　戊　丁

解曰甲丙與乙丙大于丁己與戊己題言

分之則甲乙與乙丙亦大于丁戊與戊巳論同前

三十題

第一合第二與二之比例大于第三合第四與四轉之則第一合第二與一之比例小于第三合第四與三

解曰甲丙與乙丙大于丁巳與戊巳題言轉之則甲丙與甲乙小于丁巳與丁戊

甲　乙丙
丁　戊巳

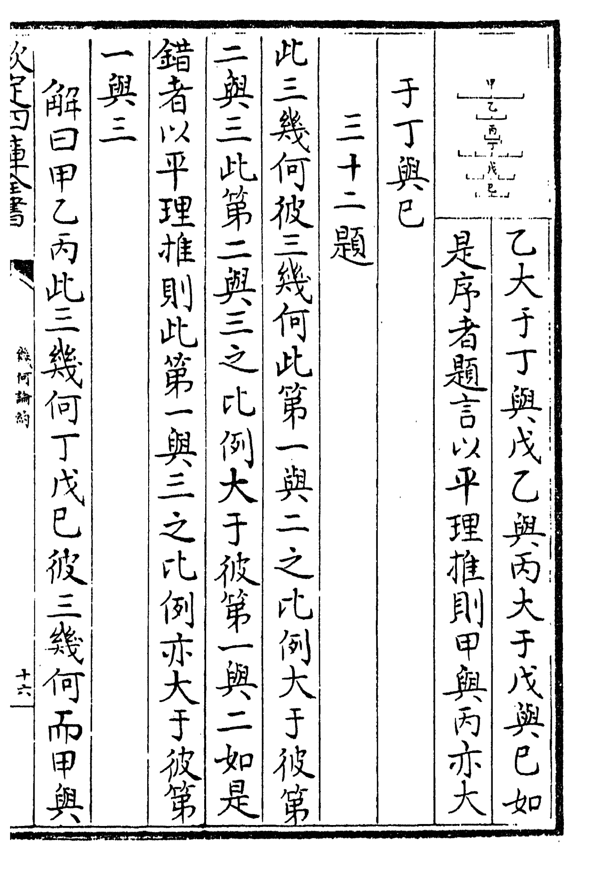
耕曰甲丙與乙丙若四與一丁巳與戊巳若三與一則四與一大于三與一矣甲乙與乙丙若三與

一丁戊與戊巳若二與一則三與一大于二與一矣甲丙與甲乙若四與三丁巳與丁戊若三與二則四與三小于三與二矣

三十一題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大于彼第一與二此第二與三之比例大于彼第二與三如是序者以平理推則此第一與三之比例亦大于彼第一與三

解曰甲乙丙此三幾何丁戊巳彼三幾何而甲與



乙大于丁與戊乙與丙大于戊與巳如是序者題言以平理推則甲與丙亦大于丁與巳

三十二題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大于彼第二與三此第二與三之比例大于彼第一與二如是錯者以平理推則此第一與三之比例亦大于彼第一與三

解曰甲乙丙此三幾何丁戊巳彼三幾何而甲與

乙大于戊與已乙與丙大于丁與戊如是錯者題言以平理推則甲與丙亦大于丁與已

甲 乙 丙 庚 辛

丁 戊 已

論曰試作庚與丙之比例若丁與戊即乙與丙大于庚與丙而乙幾何大于庚（本卷十）是甲與小庚大于甲與大乙矣（本卷八）夫甲與乙既大于戊與已即甲與庚更大于戊與已也次作辛與庚之比例若戊與已即甲與庚亦大于辛與庚而甲幾何大于辛（本卷十）是大甲與丙大于小辛與

丙矣（本卷八）夫辛與丙以平理推之若丁與巳也（本卷二三）則甲與丙大于丁與巳

三十三題

此全與彼全之比例大于此全截分與彼全截分之比例則此全分餘與彼全分餘之比例大于此全與彼全之比例

解曰甲乙全與丙丁全大于兩截分甲戊與丙巳題言兩分餘戊乙與巳丁大于甲乙與丙丁

論曰甲乙與丙丁既大于甲戊與丙己更之即甲乙與甲戊亦大于丙丁與丙己也本卷二七又轉之甲乙與戊乙小于丙丁與巳丁也本卷三十又更之甲乙與丙丁小于戊乙與巳丁也本卷二七若兩全之比例小于截分則分餘之比例必小于兩全

三十四題

若干幾何又有若干幾何其數等而此第一與彼第一之比例大于此第二與彼第二此第二與彼第二之比例大于此第三與彼第三以後俱如是則此并

與彼并之比例大于此末與彼末亦大于此并減第一與彼并減第一而小于此第一與彼第一

甲
乙
丙
丁
戊
巳

解曰甲乙丙三幾何又丁戊巳三幾何其甲與丁大于乙與戊乙與戊大于丙與巳題先言甲乙丙并與丁戊巳并大于丙與巳次言亦大于乙丙并與戊巳并後言小于甲與丁

甲
乙
丙

論曰甲與丁既大于乙與戊更之即甲與乙大于丁與戊也本卷二七又合之甲乙并與乙大

丁
戊
己

于丁戊并與戊也（本卷二八）又更之甲乙并與丁戊并大于乙與戊也（本卷二七）是甲乙全與丁戊全大于減并乙與減并戊也既爾即減餘甲與減餘丁大于甲乙全與丁戊全也（本卷三三）依顯乙與戊亦大于乙丙全與戊己全即甲與丁更大于乙丙全與戊己全也又更之甲與乙丙并大于丁與戊己并也（本卷二七）又合之甲乙丙全與乙丙并大于丁戊己全與戊己并也（本卷二八）又更之甲乙丙全與丁戊己全大于乙丙并與戊己并也（本卷二七）則得次解

也又甲乙丙全與丁戊巳全既大于減并乙丙與減并戊巳即減餘甲與減餘丁大于甲乙丙全與丁戊巳全也本卷三三則得後解也又乙與戊既大于丙與巳更之即乙與丙大于戊與巳也本卷二七又合之乙丙全與丙大于戊巳全與巳也本卷二八又更之乙丙并與戊巳并大于丙與巳也本卷二七而甲乙丙并與丁戊巳并既大于乙丙并與戊巳并即更大于末丙與末巳也則得先解也若兩率各有四幾何而丙與巳亦大于庚與辛即與前論同理依上

論乙與戊大于乙丙庚并與戊巳辛并即甲與丁更大于乙丙庚并與戊巳辛并也更之即甲與乙丙庚并大于丁與戊巳辛并也本卷十八又合之甲乙丙庚全與乙丙庚并大于丁戊巳辛全與戊

甲
乙
丙
庚
丁
戊
巳
辛

巳辛并也又更之甲乙丙庚全與丁戊巳辛全大于乙丙庚并與戊巳辛并也本卷二七則得次解也又甲乙丙庚全與丁戊巳辛全既大于減并乙丙庚與減并戊巳辛即減餘甲與減餘丁大于甲乙丙庚全與丁戊巳辛全也本卷三二則得後解也又依前論顯乙丙庚并與戊

巳辛并既大于庚與辛而甲乙丙庚全與丁戊巳辛全大于乙丙庚并與戊巳辛并即更大于末庚與末辛也則得先解也自五以上俱倣此

幾何論約卷五